دكتور مصطفى زايد
دكتوراه فى الإحصاء (بحوث عمليات)
دبلوم محاسبة ومراجعة – دبلوم تكاليف

الإحصاء والاستقراء

الجـــزء الأول

أسس الاستقراء

الطبعة الثانية
١٤١٠ هـ = ١٩٩٠ م

٥ ش محمد طلعت ـ العجوزة ـ الجيزة ـ ج. م. ع
ت : ٣٤٩٦٥٦٤ ، ٧٠٦٤٠٨

الإحصاء والاستقراء



بسم الله الرحمن الرحيم

إلى زوجتى وأولادى

عمرو وطارق وأحمد

مصطفى زايد

تقديم الطبعة الثانية

هذه هى الطبعة الثانية للجزء الأول (أسس الاستقراء) من كتاب الإحصاء والاستقراء . وقد روعى تنقيحها والتأكيد على الجوانب التطبيقية حتى تكون أكثر إتساقا مع الجزء الثانى من الكتاب (أساليب الاستقراء) والذى نأمل أن يصدر فى طبعته الأولى قريبا بإذن الله .

مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

١٩٩٠/١/١



تقديم الطبعة الأولى

هذا الكتاب يعرض وظيفة واحدة من الوظائف الهامة لعلم الإحصاء ، وهى الاستقراء ، فى صورة علمية سهلة ، وهو موجه للدارسين والباحثين والعاملين فى مجالات كثيرة ، اجتماعية ، اقتصادية ، إدارية ، حيوية ، طبية ، ... إلخ .

الاستقراء الإحصائى عملية يتم بموجبها وصف الكل (المجتمع) من خلال الجزء (العينة) . وهذه العملية هى أساس المعرفة العلمية ، ومن هنا تأتى أهمية هذه الوظيفة الحيوية لعلم الإحصاء . غير أن عملية سحب عينة من مجتمع يثير تساؤلات هامة . كيف نحكم على الكل من خلال الجزء . كيف نحكم على المجتمع من خلال عينة ، خاصة وأن عدد العينات التى يمكن سحبها غالبا ما يكون كبيرا جدا — كيف نأخذ واحدة منها فقط ونستخدمها فى وصف المجتمع كله . ثم ما هى الدقة الكامنة فى النتائج التى نصل إليها ؟ وماهو المعيار الذى نتخذه أساسا لقياس هذه الدقة .

إن تقييم نتائج العينة والحكم على دقتها يتم فى ضوء مقارنتها بالمجموعة التى تنتمى إليها ، وهى نتائج العينات الأخرى البديلة الممكن سحبها ، وهذا ما يسمى توزيع المعاينة ، غير أن الحصول على هذا التوزيع قد يبدو عملا ضخما — يستحيل عمليا — الحصول عليه ، غير أن النظريات الإحصائية تساعد كثيرا فى هذا المجال . ويتطلب هذا الأمر أن يكون سحب العينة بطريقة عشوائية . ومهما يكن الأمر فإن استخدام الجزء لوصف الكل لن يقدم لنا الدقة الكاملة . إن نظرية الاستقراء الإحصائى تبين لنا درجة الدقة أو مستوى الثقة (أو الخطأ) فى النتائج التى نحصل عليها ، وأكثر من ذلك فهى تنير لنا الطريق حتى نتحكم فى درجة الدقة هذه ونحقق ما نهدف إليه فى حدود

الإمكانات المتاحة . وفى سبيل تحقيق ذلك نستخدم لغة الاحتمالات ومفاهيمه ونظرياته ، فهو العلم المعنى بالقياس فى حالات عدم التأكد .

وعلى ذلك يمكن القول أن الاستقراء الإحصائى يقوم على أسس علمية يمكن عرضها تحت البنود الثلاث التالية :

(١) الاحتمـــــــالات .

(٢) المعاينـــة العشوائيـــة .

(٣) توزيـــع المعاينـــة .

ويعرض الجزء الأول من الكتاب لهذه الأسس الثلاث للاستقراء ، والكتاب كله يعرض وظيفة الاستقراء بتفصيل كبير فهو بالإضافة إلى أسس الاستقراء يعرض منطق وأساليب الاستقراء ، ويحوى عددا هائلا من التطبيقات فى مجالات كثيرة إجتماعية ، اقتصادية ، إدارية ، حيوية ، طبية ، ... .

مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

أغسطس ١٩٨٧

المحتويات

صفحة

صفحة

الباب الأول

مقدمـة

١ ــ ١ تطور علم الإحصاء .

تطور علم الإحصاء وتطبيقاته عبر سنوات طويلة ، وتم ذلك بجهود كثير من العلماء من دول مختلفة ويعملون فى حقول مختلفة . وكان التطور بطيئا حتى جاء القرن العشرين ليشهد معدلا هائلا للتطور فى النظريات الإحصائية فى مجالات كثيرة .

ويرجع الاهتمام بالإحصاء إلى عصور قديمة ، إن تعداد السكان عند قدماء المصريين وفى الصين أمثلة توضح اهتمام الحكومات منذ القدم بالمعلومات الاجتماعية وذلك لأغراض التنظيم والتخطيط فى أحوال السلم والحرب .

ويبدو أن كلمة إحصاء (Statistics) قد ظهرت لأول مرة عام ١٧٤٩ وهى مشتقة من الكلمة اللاتينية (Status) أو الإيطالية (Statista) وتعنى كلاهما الدولة السياسية . ومن الطبيعى أن تكون الدولة أول من اهتم بجمع البيانات وذلك لإدارة شئون البلاد خاصة عن السكان لأغراض حربية وضريبية ، وامتدت بعد ذلك لتشمل إحصاءات حجم السكان والمواليد والوفيات والإنتاج والاستهلاك والثروة ،.... إلخ وهكذا بدأ العلم وتطور باعتباره علم الدولة أو علم الملوك .

ولقد كان التطور فى علم الإحصاء بصفة عامة ملازما وموازيا للتطور فى نظرية الاحتمالات . فقد نشأت نظرية الاحتمالات على أساس رياضى فى

(١٤٩٤) بواسطة باسيولى Luca Pacioli . ومن الدراسات الفلكية لكل من كبلر (١٥١٧ — ١٦٣٠) Kepler وجاليليو (١٥٦٤ — ١٦٤٢) Galilio قاما بتطوير نماذج الاحتمالات . غير أن التاريخ الحقيقى لنظرية الاحتمالات بدأ فى القرن السابع عشر حيث وضعت أسسها فى ١٦٥٤ بواسطة كلا من العالمين : باسكال (١٦٢٣ — ١٦٦٢) Pascal , B. عالم الرياضيات والفيزياء والفيلسوف الفرنسى — وكذا العالم فرمات (١٦٠٨ — ١٦٦٥) Fermat . وبعد ذلك بثلاث سنوات قام هيجينز (١٦٢٩ — ١٦٩٥) Huygens بنشر كتيب صغير فى موضوع المعالجة الرياضية لفرص الفوز فى مباريات ورق اللعب وزهرة النرد . وفى نفس الوقت تقريبا قام جرونت (١٦٢٠ — ١٦٧٤) Graunt بنشر ملاحظاته عن معالجة البيانات المتعلقة بالحكومة — خاصة فى النواحى الطبيعية والسياسية والتجارية والنمو والوفيات والأمراض .

وقد كان العمل الذى قام به هيجينز دافعا للكثيرين لدراسة النظريات والمشاكل المتعلقة بمباريات الصدفة ومنهم برنوللى (١٦٥٤ — ١٧٠٥) Bernoulli ودى موافر (١٦٦٧ — ١٧٥٤) De moivre وأربوثنوت Arbuthnott ولابلاس (١٧٤٩ — ١٨٢٧) Laplace وجاوس (١٧٧٧ — ١٨٥٥) Gauss .

وقد ظهر اهتمام كبير بتطبيق النظريات والطرق الإحصائية فى العلوم الاجتماعية . فقد أوضح كيتيلية (١٧٩٦ — ١٨٧٤) عالم الفلك الاجتماعى البلجيكى إمكان استخدام الاحتمالات والإحصاء لوصف وتفسير الظواهر الاجتماعية والاقتصادية وقدم مساهمات هامة فى الطرق الإحصائية وفى تنظيم وإدارة الإحصاءات الرسمية — وقدم كذلك طريقة عامة للقياس فى الأنثروبولوجيا . وقد ساهم عالم النفس الإنجليزى جالتون (١٨٢٢ — ١٩١١) Galton فى تطبيق الطرق الإحصائية فى علم النفس ، ووضع أساس

علم القياس النفسى Psychometrics وبدأ دراسة موضوع الارتباط والانحدار الذى اهتم به وطوره بعد ذلك عالم الإحصاء الإنجليزى كارل بيرسون (١٨٥٧ — ١٩٣٦) .Pearson , k بالإضافة إلى مساهمات أخرى هامة . كما قدم سبيرمان (١٨٦٣ — ١٩٤٥) Spearman عالم النفس الإنجليزى مساهمات فعالة فى دراسة الارتباط ويعد من الرواد فى دراسة وتطوير التحليل العاملى .

وقدم عالم الإحصاء الإنجليزى جوست (١٨٧٦ — ١٩٣٧) Gosset مساهمات هامة فى مجال التحليل الإحصائى وخاصة فى تفسير البيانات المتعلقة بالعينات . كما يعد من الرواد المهتمين بتحليل نتائج العينات الصغيرة .

وخلال الفترة السابقة كان الإهتمام كله مركزا على المفهوم الكلاسيكى للاحتمال . إن مفهوم التكرار النسبى لم يظهر بصورة ملموسة إلا فى بداية القرن العشرين حيث تم صياغتها وظهورها فى إطار منطقى بمعرفة فون مايسيس Von Mises .

وعلى الرغم من أن الرواد من علماء الإحصاء كان اهتمامهم بوظيفة الاستقراء فإن الجانب الأعظم من النظرية الإحصائية تم اكتشافه بعد عام ١٩٢٠ تقريبا . فمنذ مطلع القرن العشرين كان الإهتمام منصبا على تطبيق الإحصاء على مشاكل علوم الحياة وعلى التجارب الزراعية والصناعية . كما أن العمل فى هذه المرحلة كان مكثفا ومركزا على التحليل الإحصائى وأساسه المنطقى ، وتمخض عن ذلك مساهمات عظيمة قدمها عالم الإحصاء الإنجليزى فيشر (١٨٩٠ — ١٩٦٢) Fisher ومن أعماله البارزة نظرية التقديرات ، وتوزيعات المعاينة للعينات الصغيرة ، وتحليل التباين وتصميم وتحليل التجارب . ومن العلماء الذين ساهموا كثيرا فى نظرية التقديرات واختبارات الفروض كلا من بيرسون .Pearson , E.S وكذلك نيمان Neyman — ويعد الثلاثى

فيشر — بيرسون — نيمان مؤسسى منهج الاستقراء الإحصائى والذى يعرف حاليًا بالإتجاه الكلاسيكى . وهو يعتمد على المعلومات المتاحة من العينة فقط .

وقد ظهر فى هذه الفترة إتجاه جديد يعرف بالاستقراء البيزيانى Bayesian inference وذلك بجهود كل من جفريز Jeffreys ورامزى Ramsey وديفينتى De Finetti وجود Good وسافج Savage ولندلى Lindley وآخرون . ويعتمد الاستقراء هنا على بيانات العينة بالإضافة إلى المعلومات المسبقة Prior information .

وشهدت هذه الفترة أيضا عملا مكثفا كان فيها الاهتمام منصبا على صنع القرارات ، مما أدى إلى نشوء وظيفة حديثة للإحصاء تحت اسم نظرية القرارات الإحصائية Statistical decision theory ويرجع ذلك إلى أعمال والد Wald (١٩٣٩) ونيومان Neuman,J ومورجنسترن Morgenstern,o. .

وقد صاحب هذا التطور الكبير فى النظريات الإحصائية بداية ظهور مجموعة من التخصصات المختلفة تهتم بمجالات وأهداف خاصة — وقد بلغ هذا التطور قدرا هائلا يكاد يظهرها وكأنها علوما مستقلة . ومن هذه التخصصات : بحوث العمليات Operations Research والإحصاء السكانى Demography ومراقبة الجودة Quality control والاقتصاد القياسى Econometrics .

ونظرا لاعتماد العلوم المختلفة على الرياضيات فى فهم ظواهرها وقياسها وتفسيرها ، فقد أفردت لها فروعا خاصة تهتم بدراسة ظواهرها باستخدام الأساليب الإحصائية والرياضية ومنها على سبيل المثال الإحصاء الحيوى Biostatistics والاجتماع الرياضى Mathematical sociology والقياس الاجتماعى Social measurement وعلم النفس الرياضى Mathematical

Psychology والقياس النفسى Psychometrics والقيـاس التربـوى Educational Measurement والاقتصاد الريـاضى Mathematical economics والتاريخ الاقتصادى الجديد أو القياس التاريخى Cliometrics .

١ ــ ٢ تعريف الإحصــاء .

كلمة إحصاء (Statistics) لها ثلاث معان :

(١) الإحصاءات أو البيانات . مثال ذلك إحصاءات السكان والمواليد والوفيات والإنتاج ــ الصادرات ــ الواردات ــ الاستهلاك ــ ..

(٢) المؤشرات المحسوبة من عينة (العينة هى مجموعة جزئية من الوحدات محل الدراسة) .

(٣) علم الإحصاء : وهو فرع من فروع الرياضيات يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو جمع البيانات ووصف البيانات والاستقراء وصنع القرارات .

وهذه الوظائف الأربعة نعرضها بإيجاز فى الفصل ١ ــ ٥

١ ـــ ٣ المتغيـرات .

المتغير هو أى ظاهرة أو حدث أو خاصية تأخذ قيما تتغير من ظرف لآخر . وتنقسم المتغيرات إلى مستمرة وغير مستمرة (متقطعة) . والمتغير المستمر هو ذلك الذى يأخذ قيما لأى درجة من الدقة ـــ مثل الطول ـــ الوزن ـــ درجة الحرارة . أما المتغير غير المستمر فهو الذى يأخذ قيما معينة فقط ـــ مثل عدد الأولاد فى الأسرة ، عدد الطلاب بالفصل .

وهناك تقسيم آخر للمتغيرات ، حيث تنقسم إلى متغيرات مستقلة ومتغيرات تابعة . فعندما نبحث فى الأثر الذى يحدثه متغير (س) فى آخر (ص) كأثر التدريب على الإنتاجية نقول أن (س) متغير مستقل و (ص) متغير تابع .

والمتغير هو الوحدة الأساسية للتحليل الإحصائى ويمكن تعريفه بأنه مجموعة من العناصر أو التقسيمات غير المتداخلة . وهذه المجموعة من التقسيمات تكون مقياس Scale . ولغرض التحليل الإحصائى يتم تقسيم المقاييس إلى أربعة أنواع تمثل مستويات مختلفة للقياس هى المستوى الاسمى والترتيبى والفترى والنسبى . وفيما يلى تعريف لهذه المستويات .

١ ـــ ٤ مستويات القياس .

لغرض استخدام المقاييس والأساليب الإحصائية فإنه يجب تحديد مستوى القياس للبيانات أو المتغيرات . ولهذا الغرض يتم كما ذكرنا تقسيم مستويات القياس إلى أربعة أنواع هى مستوى القياس الاسمى والترتيبى والفترى والنسبى . وهذه المقاييس تختلف من حيث كمية المعلومات التى تحويها وبالتالى تختلف العمليات الحسابية والإحصائية التى يمكن إجراؤها . وتعرف البيانات الاسمية والترتيبية بالبيانات الكيفية . أما البيانات الفترية والنسبية فتعرف بالبيانات الكمية .

(ا) **البيانات الكيفية** Qualitative .

(١) **المقياس الاسمى** Nominal scale .

يعد أقل مستوى للقياس ، وهو مجرد تقسيم أو تصنيف بالاسم فقط ، ودون تداخل مثال ذلك تقسيم الأشخاص حسب الجنس (ذكور — إناث) ، وحسب الجنسية (مصرى — سعودى — عراقى — ...) وتقسيم الجرائم إلى (قتل — خطف — سرقة — ...) وتقسيم الكتب والمراجع بالمكتبة حسب الموضوع (المعارف العامة — الفلسفة — الديانات — العلوم الاجتماعية — ...) .

(٢) **المقياس الترتيبى** Ordinal scale .

وهو أعلى مستوى من السابق حيث يتم التقسيم على أساس الرتبة أو الأهمية النسبية . مثال ذلك درجات الطلاب على أساس : ممتاز — جيد جدا — جيد — مقبول — ضعيف .

أو توزيع السكان حسب الحالة التعليمية : أمى — إبتدائى — ثانوى — جامعى — ماجستير — دكتوراه . وفى هذا القياس يمكن ترتيب القيم واجراء المقارنات حيث يمكن القول أن الحاصل على تقدير جيد مستوى تحصيله أفضل من الحاصل على تقدير مقبول . مثل هذا الترتيب والمقارنة لا نستطيعها فى المقياس الاسمى . على أنه فى هذا المقياس لا نستطيع تحديد مقدار الفروق بين القيم .

(ب) **البيانات الكمية** Quantitative .

(٣) **المقياس الفترى** : Interval scale .

وهذا المقياس يعد أقوى من السابق ، حيث هنا يمكن تحديد الفروق بين القيم . مثال ذلك درجات الحرارة المئوية (والفهرنهيت) ودرجات

الاختبارات الرقمية : ٦٥ ، ٨٠ ، ٤٠ ، .... وكذلك عدد ساعات الوقت الإضافى للعمال باعتبارها مقياسا لمستوى التوظف . ويؤخذ على هذا القياس عدم وجود نقطة الصفر المطلق بمعنى أن الصفر هنا لا يقيس حالة انعدام الخاصية . وبالتالى لا نستطيع اجراء النسبة بين القيم ، فمثلا لا نستطيع القول بأن درجة الحرارة (٢٠) تساوى ضعف درجة الحرارة (١٠) أو أن الطالب الحاصل على (١٠) درجات مستواه فى التحصيل يساوى خمسة أضعاف آخر حاصل على (٢) درجة .

(٤) المقياس النسبى Ratio Scale .

ويعد أقوى مستويات القياس بما يسمح بإجراء النسب بين قيم المتغيرات .

مثال ذلك الأوزان والأطوال ودرجات الحرارة (كلفن) والسرعة .

ويلاحظ أن المقياس الأربعة تم عرضها بالترتيب حسب قوة المقاس ، بحيث يحمل كل مقياس مزايا المقاييس السابقة ــ بالإضافة إلى مزايا أخرى .

(١ ــ ٥) وظائف علم الإحصاء :

يقدم علم الإحصاء أربعة وظائف كبرى هى جمع البيانات ــ وصف البيانات ــ الاستقراء ــ صنع القرارات .

وهذه الوظائف لا غنى عنها لأى باحث وفى أى عمل وفى أى فرع من فروع العلوم أو المعرفة : فى علوم الحياة والطب والوارثة والكيمياء والفيزياء والأنثروبولوجيا والاجتماع والسياسة وعلم النفس والتربية والخدمة الاجتماعية والجغرافيا والتاريخ والاقتصاد والإدارة والمحاسبة والمكتبات والصناعة والزراعة ... إلخ .

إن المعارف والقوانين فى كل هذه العلوم تجد برهانها ، تأكيدها أو رفضها فى استخدام الأساليب الإحصائية .

(١ ــ ٥ ــ ١) جمع البيانات :

عملية جمع البيانات تعد أقدم وظائف الإحصاء ، وهى تتضمن عددا من الأنشطة يختلف مداها من مجرد بحث يقوم به فرد إلى فريق بحث من عدة مئات أو آلاف . وجمع البيانات يكون بعدد من الأساليب وحسب طبيعة البحث أو العمل ، فقد يكون ذلك باستخدام المجموعات المكتبية أو عن طريق تصميم تجربة أو الملاحظة (المنتظمة أو بالمعايشة) أو عن طريق الاستبيان أو الاستبار أو الإخباريين أو عن طريق الاختبارات .

ومهما يكن الأمر فإن جمع البيانات قد يتم إما بفحص كل وحدات المجتمع محل الدراسة أو بفحص جزئى (عينة) .

إن عملية جمع البيانات ليست عملية منفصلة عن وظائف الإحصاء الأخرى ــ فهناك صلة وثيقة ــ فالهدف واحد وهو الحصول على معلومات أو نتائج ــ وذلك يكون باستخدام مقاييس وأساليب وصف البيانات ــ وذلك بعد

جمعها ـــ وإذا كانت هذه البيانات خاصة بعينة أى بجزء من المجتمع فإن وصف المجتمع يتطلب استخدام أساليب الاستقراء . وهذه المقاييس والأساليب لها شروط ومتطلبات يجب مراعاتها وتوفيرها عند جمع البيانات وذلك باستخدام التصميم التجريبى المناسب أو تصميم استمارة استبيان مناسبة واختيار طريقة المعاينة المناسبة وحجم العينة المناسب ومراعاة توفير مستوى القياس المناسب للمتغيرات .. إلخ . كما أن البيانات التى يتم جمعها يجب أن تكون محل ثقة حتى تكون النتائج المستخلصة منها محل ثقة . أى يجب أن يتوافر فيها الصدق والثبات **Validity and reliability** . إن تحديد ذلك واختباره يكون غالبا باستخدام الأساليب الإحصائية .

إن استخدام العينات الإحصائية فى جمع البيانات أصبح شيئا حتميا يفرضه المنطق والاعتبارات الاقتصادية والعملية .

(١) **التكاليف والإمكانيات** : إن فحص وحدات المجتمع كلها يكلف الكثير من الجهد والمال كما أنه يتطلب الاستعانة بعدد كبير من المساعدين ويمكنك تصور ذلك مثلا ببحث يجرى لمعرفة نسبة الأمية فى دولة أو مدينة أو نسبة الذكاء بين فئة من الطلاب ـــ نسبة المدخنين ـــ نسبة المراجع التالفة بإحدى المكتبات العامة .

(٢) **السرعة فى إظهار النتائج** : إن السرعة مطلوبة بصفة عامة فى إنجاز الأعمال ـــ غير أن هناك حالات يكون فيها عامل الوقت محددا لطريقة جمع البيانات كما فى حالة استطلاع الرأى العام بخصوص تقييم برامج التليفزيون والاذاعة والصحافة ، وكذا الفحص بغرض مراقبة جودة الإنتاج وفحص البضاعة بالمخازن بمعرفة مراجع الحسابات . مثل هذه الحالات تتطلب استخدام العينات .

(٣) **دقة البيانات والمعلومات** : إن فحص جزء فقط من المجتمع يمكن من

استخدام باحثين ومساعدين مدربين وعليه تكون البيانات التى يتم جمعها وبالتالى المعلومات المستخرجة منها تكون أكثر دقة .

(٤) صعوبة أو استحالة فحص المجتمع بالكامل :

(ا) **بسبب كبر حجمه** : كما فى حالة تقدير الثروة السمكية أو الحشرات فى مجتمع ما ، فحص إنتاج مصنع ، فحص البضائع المشتراه لمصنع أو متجر .

(ب) **عدم إمكان تحديد المجتمع** : كما فى علم الوراثة مثلا ، عند دراسة انتقال الصفات من الآباء للأبناء — وعند تصميم التجارب فمثلا يتم تجربة الأدوية على عينة فقط من الحيوانات . ومن الأمثلة الأخرى على المجتمعات التى لا يمكن تحديدها مجتمع المستفيدين من المكتبة العامة ، وكذا مجتمع المنحرفين ، وهناك حالات يكون فيها المجتمع متغيرا مثل مجتمع المرضى بالمستشفى أو مجتمع المسجونين أو عملاء سوق معين .

(جـ) **الفحص قد يكون متلفا للوحدات** : وأمثلة ذلك فحص وتحليل الأطعمة والأدوية والمفرقعات والقنابل . أى أن استخدام العينات يؤدى إلى تقليل الخسائر الناجمة عن تلف الوحدات المفحوصة .

(د) **الفحص قد يكون مؤذيا للوحدات** : مثال ذلك فحص دم المريض وتجربة الأدوية خاصة على الإنسان ، وطرق التدريس والأذى قد يمس مشاعر الأشخاص محل البحث كما فى البحوث التى تجرى على المنحرفين والشواذ والمرضى .

(هـ) البيانات والتسجيلات التاريخية قد لا تكون كاملة .

(٥) كل مجتمع يمكن النظر إليه على أنه عينة من مجتمع أكبر منه ، وكذا اعتباره عينة من حيث الزمان .

(١ ــ ٥ ــ ٢) وصــف البيـانـات :

إن المقاييس والأساليب هنا موجهة نحو وصف البيانات أى وصف الظواهر والأحداث والأشياء محل البحث .

إن البيانات المتاحة ــ المنشورة أو التى تم جمعها ــ تسمى بيانات خام أو أولية ــ ذلك أنها تكون غير مجهزة ــ فهى لا تفصح إلا عن القليل من المعلومات . كما أنه يستحيل استخلاص المعلومات منها . وفى سبيل ذلك نستعين بأساليب ومقاييس وصف البيانات . إن هذه الأساليب كثيرة ومتنوعة فهى تختلف حسب عوامل أهمها عدد المتغيرات ومستوى قياسها . على أنه يمكن هنا عرض المقاييس فى مسميات عامة ودون الدخول فى المقاييس الفرعية والمتعددة والتى تندرج تحتها . ويعرض الجدول التالى تقسيما لهذه المقاييس حسب عدد المتغيرات .

جدول (١ ــ ١) مقاييس وصف البيانات

عدد المتغيرات التابعة / عدد المتغيرات المستقلة	واحــــد	اثنـان أو أكثـــر
لا يوجــد	(ا) مقاييس وصف متغير وحيد	(ب) مقاييس وصف عدة متغيــــرات .
واحــــد	(حـ) مقاييس وصف العلاقة بين متغيريــن .	(د) مقاييس وصف العلاقة بين متغير مستقـل وعـدة متغيرات تـابعة .
اثنان أو أكثر	(هـ) مقاييس وصف العلاقة بين عدة متغيرات مستقلة ومتغير تابــع .	(و) مقاييس وصف العلاقة بين عدة متغيرات مستقلة وعدة متغيرات تابعة .

وفيما يلى عرض موجز :

(ا) أساليب وصف متغير وحيد :

(١) الجداول التكرارية (التوزيع التكرارى) .

(٢) العرض البيانى .

(٣) النسب والمعدلات .

(٤) مقاييس النزعة المركزية .

المتوسط الحسابى ــ الوسيط ــ المنوال ــ المتوسط الهندسى ــ المتوسط التوافقى .

(٥) مقاييس التشتت .

المدى ــ الانحراف الربيعى ــ الإنحراف المتوسط ــ التباين ــ الانحراف المعيارى ــ معامل الاختلاف ــ دليل الاختلاف الكيفى **Index of qualitative variation** .

(٦) مقاييس الالتواء .

(٧) مقاييس التفرطح .

(٨) مقاييس المركز النسبى .

الرتبة المئينية ــ الدرجة المعيارية .

(ب) أساليب وصف عدة متغيرات .

مقاييس المجموعة ا يمكن استخدامها .

(١) الأرقام القياسية .

(٢) التحليل العاملى .

(حـ) أساليب وصف العلاقة بين متغيرين .

(١) التوزيع التكرارى المزدوج .

(٢) مقاييس الارتباط .

بيرسون ــ سبيرمان ــ جاما ــ كندال ــ لا مدا ــ كرامير

بيسيريال ــ بوينت بيسيريال ــ الرباعى ــ ...

(٣) مقاييس التقدير : الانحدار .

(٤) مقاييس التقدير : السلاسل الزمنية .

(د) أساليب وصف العلاقة بين متغير مستقل وعدة متغيرات تابعة .

مقاييس المجموعات ب ، جـ ، هـ يمكن استخدامها .

يلاحظ أن المتغيرات التابعة تعالج واحدا واحدا .

(هـ) أساليب وصف العلاقة بين عدة متغيرات مستقلة ومتغير تابع .

(١) الارتباط المتعدد multiple correlation .

(٢) الارتباط الجزئى Partial correlation .

(٣) ارتباط الجزء Part correlation .

(٤) الانحدار المتعدد Multiple regression .

(٥) تحليل التمايز Discriminant .

(٦) تحليل المسار Path analysis .

(و) أساليب وصف العلاقة بين عدة متغيرات مستقلة وعدة متغيرات تابعة .

مقاييس المجموعات ب ، هـ يمكن استخدامها .

(١) الارتباط الشرعى Canonical correlation .

(١ ــ ٥ ــ ٣) الاســـتقراء :

هذه الوظيفة هى موضوع هذا الكتاب ــ وهى تمكن الباحث من الوصول إلى تعميمات عن المجتمع على أساس المعلومات المتاحة من عينة منه . وكما ذكرنا فإن الاعتماد على العينات فى البحث أصبح أمرا لا مفر منه . وفى هذه الحالة فإن أساليب ومقاييس الوصف التى سبق ذكرها ــ يقتصر وصفها على ذلك الجزء (العينة) فقط من المجتمع ــ ومن هنا تأتى أهمية وظيفة الاستقراء ــ فهى تمكننا من وصف المجتمع (التعميم) باستخدام بيانات العينة . إن القوانين فى العلوم الطبيعية والاجتماعية تجد برهانها عبر الوقائع والحقائق الإحصائية ولذا يعد الاستقراء الإحصائى Inductive statistics (Statistical inference) أساسًا لتطور المعرفة العلمية باعتباره البرهان لهذه القوانين .

ووظيفة الاستقراء تحقق مطلبين أساسيين فى البحث : الأول تقدير خواص المجتمع والثانى اختبارات الفروض حول هذه الخواص .

ولا تقتصر هذه الوظيفة على مجرد الاستقراء بل تقدم لنا تقييما عن مدى دقة هذا الاستقراء وأكثر من ذلك فهى تمكننا من التحكم فى مستوى الدقة وذلك بعدة طرق منها استخدام أسلوب مناسب للمعاينة وحجم مناسب للعينة . وباختصار فإن هذه الوظيفة للإحصاء تمدنا بالاستقراء المنطقى .

إن الأساليب المتبعة فى الاستقراء متعددة وتختلف حسب طبيعة الخاصية محل الاستقراء .

ونعرض فيما يلى تقسيما لهذه الخواص ، مع بعض الأمثلة الإيضاحية .

(١) الاستقراء حول شكل التوزيع :

ــ اختبار جودة التوفيق أى اختبار ما إذا كانت البيانات تتبع توزيعًا معينًا كالتوزيع الطبيعى أو ذى الحدين أو بواسون ..... إلخ .

ـــ اختبار ما إذا كانت توزيعات عدة مجتمعات متماثلة .

(٢) الاستقراء حول النسبة

ـــ تقدير نسبة البطالة فى مجتمع ـــ نسبة الأمية ـــ نسبة الذكور ـــ نسبة الأسر الفقيرة ـــ نسبة الأجانب ـــ نسبة المرضى بمرض معين ـــ نسبة النجاح للطلاب ـــ نسبة الغياب ـــ نسبة المراجع التالفة فى المكتبة ـــ نسبة المراجع المفقودة ـــ نسبة المراجع المتأخرة لدى المستعيرين ـــ نسبة الإنتاج المعيب ـــ نسبة من يحملون فصيلة دم معينة ـــ نسبة المعوقين .... إلخ .

ـــ اختبار فرض تساوى النسب فى عدة مجتمعات .

(٣) الاستقراء حول المتوسط الحسابى

ـــ تقدير متوسط الدخول ـــ متوسط الأجور ـــ متوسط درجات الطلاب ـــ متوسط إنتاج العامل ـــ متوسط إنتاج الفدان .

ـــ مقارنة طرق التدريس ـــ طرق الحفظ والقراءة ـــ مقارنة طرق العلاج ـــ مقارنة العقاقير ـــ مقارنة الدخول أو الأجور فى عدة مجتمعات ـــ مقارنة ذكاء الأطفال فى الريف وفى الحضر مثلا ـــ مقارنة طرق التدريب . مقارنة طرق أداء عمل معين .

(٤) الاستقراء حول التباين والإنحراف المعيارى

ـــ تقدير التباين والانحراف المعيارى .

ـــ اختبار تجانس أو تساوى التباينات فى عدة مجتمعات .

(٥) الاستقراء حول الارتباط بين المتغيرات

ـــ تقدير معامل الارتباط بين إنتاج العامل وأجره بين الأسعار والأجور ـــ بين الجريمة والبطالة ـــ الإعلان والمبيعات ـــ بين التحصيل العلمى والذكاء

التحصيل والحالة الاجتماعية والاقتصادية ــ بين التدخين ومرض معين ــ العلاج والشفاء ــ التطعيم والإصابة بالمرض .

(٦) الاستقراء حول تقدير المتغيرات بدلالة أخرى

(٧) الاستقراء حول عشوائية البيانات

(٨) الاستقراء حول القيم المتطرفة

(١ ــ ٥ ــ ٤) صنع القرارات Decision making :

تعد هذه الوظيفة أحدث وظائف علم الإحصاء وتتميز بوجود هدف (عائد ، ربح ، منفعة ، ....) يراد تحقيقه وذلك باختيار أحد البدائل المتاحة على أساس منطقى .

إن عملية صنع القرار تستلزم تحديد النموذج الملائم والعناصر التى يلزم توفيرها :

(١) هدف محدد أو عدة أهداف وغالبا ما يكون هدف اقتصادى (وقد يكون هناك أهداف أخرى لمراعاة الاعتبارات الاجتماعية والنفسية والسياسية) .

(٢) بيان بكل الأنشطة (البدائل) المتاحة .

(٣) العائد Outcome المتعلق بكل نشاط .

(٤) الاحتمال المتعلق بكل عائد .

(٥) تقييم للنتائج المتعلقة بكل تشكيلة أو توفيق Combination (من البدائل وعوائدها) .

(٦) القيود المفروضة على الحل .

(٧) العلاقة بين القيود والأنشطة .

(٨) قاعدة لاتخاذ القرار الأمثل Criterion for decision .

(٩) أسلوب لتقييم كل البدائل وفقا لقاعدة القرار .

ونماذج صنع القرارات يتم تقسيمها إلى أربعة مجموعات رئيسيه .

(ا) نماذج التأكد Certainty أو النماذج المحددة Deterministic فى هذه النماذج تكون عناصر النموذج محددة أى توافر معلومات كاملة . والحل الأمثل

فى هذه الحالة هو الذى يعطى أكبر عائد ممكن .

(ب) نماذج المخاطرة Risk أو النماذج العشوائية Stochastic أو الاحتمالية Probabilistic . فى هذه النماذج يكون بعض عناصر النموذج غير محددة تماما ولكن يمكن وصفها بتوزيع احتمالى .

ولهذه النماذج يتوافر مجموعة من قواعد اتخاذ القرار وهى :

(١) القيمة المتوقعة Expected Value .

(٢) القيمة المتوقعة والتباين Combined Expected value and variance .

(٣) مستوى معين مأمول Known aspiration level .

(٤) اختبار القيم الأكثر إحتمالاً Most Likely future criterion .

(حـ) نماذج عدم التأكد Uncertainty .

العائد هنا يكون غير معلوم ، ولا يمكن وصفه حتى بصورة احتمالية . ويوجد لهذه النماذج عدة قواعد لإتخاذ القرار :

(١) قاعدة التفاؤل Optimism أو أكبر الأكبر maximax (١٩٦١ Baumol,W) .

(٢) قاعدة التشاؤم Pessimism أو أكبر الأقل maximin (والد Wald) .

(٣) قاعدة هيروتس (١٩٥١) Hurwicz .

(٤) قاعدة الأسف Minimax regret سافج ١٩٥١ Savage,L.J. .

(٥) قاعدة بييز Bays أو لا بلاس Laplace .

(٦) تشكيلة من السياسات البديلة Mixed strategy .

(د) نماذج الصراع Conflict أو المنافسة Competition .

هنا يواجه صانع القرار بمنافس يتصرف بحكمة كما فى حالة نظرية المباريات

Game theory . وقاعدة القرار التى تتبع فى هذه الحالة هى « أكبر الأقل » . Maximin

إن صنع القرارات عملية يهتم بها عدة تخصصات ــ كلها تتبع علم الرياضيات ــ وهذه التخصصات هى :

(١) نظرية القرارات الإحصائية	Statistical decision theory
(٢) نظرية القرارات	Decision theory
(٣) بحوث العمليات	Operations research

ويمكن اعتبار نظرية القرارات ــ والتى تعد امتدادا لنظرية القرارات الإحصائية ــ تختص بالنظريات والمبادىء أى منطق صنع القرارات . أما بحوث العمليات فهى تحوى الأساليب والنماذج التى تستخدم فعلا فى صنع القرارات ، أى أنها تعد منفذا لنظرية القرارات . وهذه النماذج تعد محددة deterministic أو احتمالية (عشوائية) حسب ما إذا كانت البيانات محددة أو احتمالية . فمثلا نماذج المخزون Inventory models نجد بها نماذج محددة ونماذج احتمالية ، وكذا نماذج البرمجة الرياضية mathematical programming فإنها تعد نماذج محددة ــ كما أنها قد تعد نماذج عشوائية Stochastic programming .

وفيما يلى نعرض بعض النماذج والأساليب الشائعة والمستخدمة فى صنع القرارات :

البرمجة الخطية	Linear Programming
البرمجة التربيعية	Quadratic Programming
البرمجة غير الخطية	Nonlinear Programming
البرمجة الديناميكية	Dynamic Programming
البرمجة بأعداد صحيحة	Integer Programming
النماذج الكلاسيكية للحلول المثلى	Classical optimization

نماذج البحث	Search models
نظرية المباريات	Game theory
نظرية صفوف الانتظار	Queueing theory
نماذج المخزون	Inventory models
نماذج الإحلال	Replacement models
نظرية المتانة	Reliability theory
نماذج شبكات الأعمال	Network models
المحاكاة	Simulation

ويلاحظ أن هذه النماذج والأساليب ــ وإن كانت تستهدف أساسا صنع القرارات فإنها تمدنا أيضا بمعلومات هامة تنتمى إلى وظيفة الوصف والاستقراء ــ وبخاصة للأنساق المعقدة ــ فمثلا نماذج صفوف الانتظار فإنها تسهم فى صنع القرارات مما يؤدى إلى تحسين مراكز الخدمة ــ حيث تمدنا بالمعدل الأمثل لأداء الخدمة وكذا العدد الأمثل لوحدات الخدمة . وبالإضافة إلى ذلك فإنها تسهم فى وصف مركز الخدمة حيث تمدنا مثلا بمتوسط عدد العملاء فى صف الانتظار ومتوسط وقت انتظار العميل فى سبيل أداء الخدمة .

الباب الثانى

نظرية الاحتمالات
Probability theory

الاحتمالات فرع من فروع الرياضيات يختص بالقياس فى حالة عدم التأكد . ويعرف احتمال حدث ما بأنه رقم ينحصر بين صفر ، ١ ويقيس فرصة وقوع هذا الحدث ــ فإذا كان الاحتمال صفرا فإن ذلك يعنى حدثا يستحيل وقوعه وإذا كان الاحتمال واحدًا صحيحا فذلك يعنى حدثا مؤكدًا وقوعه .

(٢ ــ ١) تقدير الاحتمال :

يتم تقدير الاحتمال لحدث ما وفقا لعدة مفاهيم نعرضها فيما يلى :

أولاً : التقدير الموضوعى Objective

(١) المفهوم الكلاسيكى .

(٢) مفهوم التكرار النسبى .

ثانيًا : التقدير الذاتى Subjective

(٢ ــ ١ ــ ١) المفهوم الكلاسيكى Classical concept .

لنتصور تجربة عشوائية ، مثلا حالة رمى قطعة من النقود ، هنا قد تظهر الصورة (ص) أو كتابة (ك) ونقول إن هذه هى نتائج التجربة وتسمى أيضا نقاط العينة Sample Points وتسمى مجموعة هذه النتائج أو النقاط فراغ العينة (ف) Sample Space أى أن ف = [ص ، ك] .

وفى هذا المثال نلاحظ أن فرض ظهور صورة مساو لفرض ظهور كتابة ، طالما أن قطعة النقود متزنة ويمكن التعبير عن ذلك بما يلى :

ص	ك

ف

احتمال ظهور صورة = احتمال ظهور كتابة = $\frac{١}{٢}$

وبالرموز :

$$ح\ (ص) = ح\ (ك) = \frac{١}{٢}$$

وبصفة عامة إذا كان عدد نتائج التجربة (نقاط فراغ العينة) هو ن أى ع (ف) = ن وإذا افترضنا أن كل هذه الأحداث لها احتمال متساو فإنه يمكن القول إن احتمال كل نتيجة أو نقطة هو $\frac{١}{ن}$ وهذا ما هو معروف باسم دالة احتمال لابلاس Laplace . ومن التطبيقات الهامة على ذلك حالة سحب العينات بصورة عشوائية حيث يكون للوحدات فرص متساوية للظهور .

وإذا كان لدينا حدث ما (ا) عدد نقاط العينة به هو :

ع (ا) = م فإن احتمال الحدث ا هو :

$$\frac{\text{عدد نقاط حيز الحدث}}{\text{عدد نقاط حيز العينة}}$$

وبالرموز :

$$ح\ (ا) = \frac{ع\ (ا)}{ع\ (ف)} = \frac{م}{ن} \qquad (٢ - ١)$$

وهذا هو مفهوم الاحتمال الكلاسيكى .

تطبيق (٢ — ١) القيت زهرة نرد مرة واحدة . أوجد احتمالات الأحداث التالية :

$ا_١$: ظهور الرقم ٤

$ا_٢$: ظهور عدد فردى

$ا_٣$: ظهور عدد أصغر من ٥

١	٣	٥
٢	٤	٦

ف

الحل : ح (ا) = $\frac{ع (ا)}{ع (ف)}$ وعلى ذلك يكون .

ح ($ا_1$) = $\frac{١}{٦}$ ح ($ا_2$) = $\frac{٣}{٦}$ ح ($ا_3$) = $\frac{٤}{٦}$

تطبيق (٢-٢) فى تجربة رمى قطعتين من العملة . ما احتمال أن يكون عدد الصور صفرا ، واحدا ، اثنين .

الحل :

الحدث عدد الصور	الاحتمال
٠	٤/١
١	٤/٢
٢	٤/١
	١

القطعة الأولى

القطعة الثانية	ص	ك
ص	ص ص	ص ك
ك	ك ص	ك ك

ف

٢	١
١	٠

عدد الصور

تطبيق (٢-٣) فى تجربة رمى زهرتين من زهرات النرد . أوجد احتمال أن يكون مجموع الرقمين هو ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... ، ١٢

الحل :

يتكون فراغ العينة من ٣٦ نقطة ، وفى هذا المثال الحدث هو مجموع الرقمين ويمكن توضيح ذلك فى الجدول التالى :

جدول (٢-١) مجموع الرقمين

الزهرة الأولى	الزهرة الثانية ١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢

وفيما يلي بيان بحالات المجموع واحتمالاتها .

جدول (٢-٢)

المجموع	الاحتمال
٢	٣٦/١
٣	٣٦/٢
٤	٣٦/٣
٥	٣٦/٤
٦	٣٦/٥
٧	٣٦/٦
٨	٣٦/٥
٩	٣٦/٤
١٠	٣٦/٣
١١	٣٦/٢
١٢	٣٦/١
	١

تطبيق (٢-٤) مجتمع يتكون من ستة عمال أجورهم بالألف جنيه فى السنة كما يلى : [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦] سحبت منه عينة عشوائية حجمها اثنان ، وتم حساب المتوسط الحسابى . ما هى القيم المختلفة لهذا المتوسط واحتمالاتها ـــ إذا كان السحب يتم رقما تلو الآخر مع إرجاع الأرقام المسحوبة مكانها .

الحل : هذه الحالة مشابهة تماما لحالة التطبيق السابق مباشرة ويكون فراغ العينة كما هو ـــ وتكون حالات المتوسط الحسابى الممكنة كما هى واردة بجدول (٢-١) بعد قسمتها على ٢ ويمكن عرض النتائج فى الجدول التالى :

جدول (٢-٣)

المتوسط الحسابى	الاحتمال
١	٣٦/١
١,٥	٣٦/٢
٢	٣٦/٣
٢,٥	٣٦/٤
٣	٣٦/٥
٣,٥	٣٦/٦
٤	٣٦/٥
٤,٥	٣٦/٤
٥	٣٦/٣
٥,٥	٣٦/٢
٦	٣٦/١
	١

(٢-١-٢) مفهوم التكرار النسبى Relative Frequency .

المفهوم الكلاسيكى للاحتمال لا يمكن معه حساب الاحتمالات فى حالات كثيرة ، مثال ذلك :

— احتمال الحصول على صورة إذا كانت قطعة النقود غير متزنة .

— احتمال أن يكون المولود ذكرا (فى بلد — قرية — أسرة) .

— احتمال أن يكون المولود مريضا بمرض معين .

— احتمال وفاة شخص ما قبل سن الستين مثلا .

— احتمال أن يكون الإنتاج معيبا .

والاحتمال التجريبى Empirical or experimental أو ما يسمى التكرار النسبى Relative Frequency يتم احتسابه لحدث ما كما يلى :

(١) تجرى التجربة عدد كبير من المرات وليكن ں

(٢) نعد الحالات أو عدد المرات التى يظهر فيها الحدث وليكن ر

(٣) الاحتمال التجريبى للحدث ا أو ح (ا) = $\frac{ر}{ں}$

ويجب الاحتياط عند حساب الاحتمال وفقا لهذا المفهوم خاصة عند الاعتماد على الأحداث التاريخية ، كما أنه يجب استخدامها بحكمة إذ إن الاحتمالات الحقيقية لا تكون معلومة بل إننا نحصل بالأسلوب أعلاه على تقدير لها أو فرض — ويزداد التقدير دقة كلما زادت قيمة ں . والقيمة الحقيقية نحصل عليها باستخدام الصيغة :

$$ح\,(ا) = \lim_{ں \to \infty} \frac{ر}{ں}$$

وتعنى هذه الصيغة أنه بزيادة ں إلى درجة كبيرة تؤول إلى ما لا نهاية فإن

النسبة $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ تؤول إلى الاحتمال الحقيقى .

(٢-١-٣) المفهوم الذاتى للاحتمال Subjective .

يتم تحديد الاحتمال وفقا لهذا المفهوم على أساس درجة اعتقاد شخصية (واحد أو أكثر) . وهناك حالات كثيرة تستدعى الاعتماد على هذا المفهوم لعدم وجود تكرارات كافية ، ويظهر ذلك خاصة عند صنع القرارات فى حالات عدم التأكد . وفيما يلى بعض الأمثلة :

- ما احتمال بيع الإنتاج فى حالة تسويق منتج جديد .
- ما احتمال إصابة الهدف من صاروخ منتج حديثا .

(٢-٢) قوانين العد : Counting .

إن حساب الاحتمال لحدث ما يعتمد كما ذكرنا على عدد نقاط حيز أو فراغ العينة وكذا عدد النقاط التى تنتمى إلى حيز الحدث . إن عملية العد هذه قد لا تكون سهلة ، ويلزم لذلك الاستعانة بالصيغ الرياضية ، ونعرض منها :

١ - مبدأ العـد .
٢ - المضـروب .
٣ - التبـاديـل .
٤ - التوافيـق .

(٢-٢-١) مبدأ العد

إذا كان لدينا عدد من العمليات قدره ك والعملية الأولى يمكن إجراؤها بعدد من الطرق قدره $\text{ن}_{١}$ والعملية الثانية بعدد قدره $\text{ن}_{٢}$ ...... والعملية ك بعدد قدره $\text{ن}_{\text{ك}}$ فإنه يمكن إجراء هذه العمليات معا بعدد من الطرق قدره :

$$\text{ع} = \text{ن}_{١} \, \text{ن}_{٢} \, \text{ن}_{٣} \ldots\ldots \text{ن}_{\text{ك}} \qquad (٢-٢)$$

تطبيق (٢–٥) فى حالة تجربة رمى زهرتين للنرد ـــ كم يكون عدد نقاط حيز العينة .

الحل :

رمى الزهرة الأولى هنا يمثل العملية الأولى وعدد الطرق بها $ن_1 = ٦$

رمى الزهرة الثانية هنا يمثل العملية الثانية وعدد الطرق بها $ن_2 = ٦$

إذن يمكن إجراء العمليتين معا بعدد من الطرق قدره $ن_1 \times ن_2$

$= ٦ \times ٦ = ٣٦$ راجع تطبيق (٢–٣)

تطبيق (٢–٦) مجتمع حجمه ٦ سحبت منه عينة حجمها ٢ مع إرجاع الوحدات المسحوبة مكانها . كم عدد العينات الممكن سحبها ؟

الحل : العينة الأولى (وكذا الثانية) يمكن سحبها بعدد من الطرق قدره ن

إذ إن عدد العينات الممكن سحبها $= ن \; ن = ن^2$

$= ٦^2 = ٣٦$

راجع تطبيق (٢–٤)

تطبيق (٢–٧) مجتمع حجمه ن يراد سحب عينة حجمها ىه مع إرجاع الوحدات المسحوبة مكانها ـــ كم يكون عدد العينات الممكن سحبها ؟

عدد العينات الممكن سحبها = ن × ن ..... × ن (ىه من المرات)

$= ن^{ىه}$

تطبيق (٢–٨) مجتمع حجمه ١٠٠ يراد سحب عينة حجمها ٤ مع إرجاع الوحدات المسحوبة مكانها ـــ كم عدد العينات الممكن سحبها ؟

عدد العينات $= ن^{ىه} = ١٠٠^{٤} = ١٠٠$ مليون عينة .

(٢-٢-٢) **المضروب Factorial** :

مضروب ن أو عدد تباديل ن من الأشياء المختلفة يحسب بالصيغة :

ن ! = ن (ن − ١) (ن − ٢) .... (٣) (٢) (١) (٢-٣)

تطبيق (٢-٩) ثلاثة أشخاص مخصص لهم ثلاثة أماكن مختلفة بكم طريقة يمكن شغل هذه الأماكن .

الحل : عدد الطرق = ٣! = ٣ (٢) (١) = ٦ طرق .

ولإيضاح ذلك نفرض أن الثلاثة أشخاص هم ا ، ب ، حـ فيكون ترتيب شغلهم للأماكن كما يلى :

ا ب حـ	ب ا حـ	حـ ا ب
ا حـ ب	ب حـ ا	حـ ب ا

تطبيق (٢-١٠) يراد تخصيص عشرة أشخاص [عمال ــ جنود ــ لاعبين ــ مدرسين] لأداء عشر عمليات مختلفة [أعمال ــ عمليات حربية ــ مراكز ــ تدريس] بكم طريقة يمكن اجراء ذلك التخصيص .

عدد الطرق = ١٠! = ١٠ (٩) (٨) ...... (٢) (١) = ٣ ٦٢٨ ٨٠٠

(٢-٢-٣) **التباديل Permutations** :

عدد تباديل ر من الأشياء مأخوذة من مجموعة عددها ن يحسب باستخدام الصيغة :

$$ {}^{ن}ل_{ر} = \frac{ن\,!}{(ن - ر)\,!} \qquad (٢-٤) $$

ويلاحظ أن ترتيب المفردات هنا داخل المجموعة مهم كما فى حالة

المضروب ، كما أن المضروب يعد حالة خاصة من التباديل حيث :

$$ن_{ل_ن} = \frac{ن!}{(ن - ن)!} = \frac{ن!}{صفر!} = ن! \quad \text{حيث أن صفر ! = ١}$$

تطبيق (٢-١١) ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال مختلفة .

$$\text{عدد طرق الاختيار} = {}^{١٠}ل_{٤} = \frac{١٠!}{٦!} = \frac{٣\ ٦٢٨\ ٨٠٠}{٧٢٠} = ٥٠٤٠$$

تطبيق (٢-١٢) يراد سحب عينة حجمها ٢ من المجتمع [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦] ، ما هو عدد الطرق الممكنة إذا كان السحب يتم واحدة تلو الأخرى وبدون إرجاع الوحدات المسحوبة .

$$\text{عدد الطرق} = {}^{٦}ل_{٢} = \frac{٦!}{٤!} = \frac{٧٢٠}{٢٤} = ٣٠$$

(٢-٢-٤) التوافيق : Combination :

عدد توافيق ر من الأشياء مأخوذة من مجموعه عددها ن يتم احتسابه باستخدام الصيغة :

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{(ن - ر)!\ ر!} \qquad (٢-٥)$$

ويلاحظ أن $\binom{ن}{ر}$ تقرأ (ن فوق ر) — وتتميز التوافيق بعدم وجود تكرار كما أن الترتيب ليس له أهمية .

تطبيق (٢-١٣) يراد سحب عينة حجمها ٢ من مجتمع حجمه ستة

كم يكون عدد العينات الممكنة إذا تم سحب وحدتى العينة فى آن واحد (أو إذا تم سحب الوحدات على التوالى بدون إرجاع والترتيب ليس له أهمية) .

$$\text{عدد الطرق} = \binom{٦}{٢} = \frac{!٦}{(!٤)\ (!٢)} = \frac{٧٢٠}{(٢٤)\ (٢)} = ١٥$$

تطبيق (٢–١٤) مطلوب اختيار خمسة أسئلة لإعداد اختبار من مقرر يشمل ٢٠ سؤالا . كم عدد الاختبارات المختلفة التى يمكن تكوينها ؟

$$\text{عدد الاختبارات} = \binom{٢٠}{٥} = \frac{!\ ٢٠}{(!\ ١٥)\ (!\ ٥)} = ١٥\ ٥٠٤$$

(٢–٣) قوانين الاحتمالات :

أيا كان مفهوم الاحتمال المستخدم فإن حساب الاحتمالات للأحداث المركبة أى الناتجة من عدة أحداث ، يتطلب الاستعانة بالقوانين الرياضية . ونعرض فى هذا الفصل بعض القوانين العامة لحساب الاحتمالات للأحداث المركبة ، وسيقتصر العرض على الصيغ البسيطة والملائمة لمتطلبات هذا الكتاب . ونعرض بالفصل التالى التوزيعات الاحتمالية — والتى تعد بمثابة قوانين خاصة لحساب الاحتمالات فى حالات محددة . ونعرف هنا بعض الأحداث المركبة :
المكملة Complement مكملة الحادثة ا أو نفيها ونرمز لها اَ هى الحادثة التى تتكون من عناصر ف والتى لا تنتمى إلى ا وترمز لعدم وقوع الحادثة ا .

$$ح\,(\bar{ا}) = ١ - ح\,(ا) \qquad (٢–٦)$$

الاتحاد Union

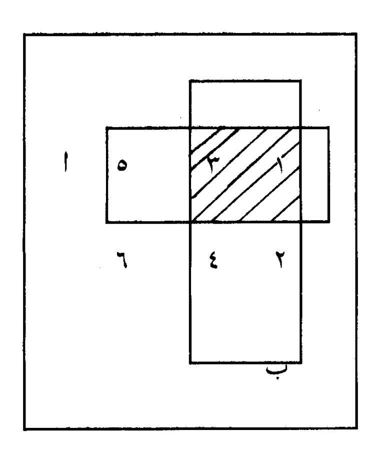
اتحاد حدثين ا ، ب ويكتب ا $\cup$ ب يعنى وقوع ا أو ب أو كليهما .
ففى مثالنا الخاص برمى زهرة النرد .

الحدث ا : ظهور رقم فردى

الحدث ب : ظهور رقم أقل من ٥

الحدث (ا ∪ ب) يعنى ظهور رقم فردى أو رقم أقل من ٥

ويمكن إيجاد احتمال هذا الحدث المركب باستخدام الصيغة العامة (٢-١) أى أن :



ف

$$ح (ا \cup ب) = \frac{ع (ا \cup ب)}{ع (ف)} = \frac{٥}{٦}$$

التقاطع Intersection :

تقاطع حدثين ا ، ب ويكتب ا ∩ ب يعنى وقوع ا و ب فى آن واحد ففى مثالنا الحدث ا ∩ ب يمثل الجزء المظلل ويمكن أيضا حساب احتمال هذا الحدث بالصيغة العامة (٢-١) كما يلى .

$$ح (ا \cap ب) = \frac{ع (ا \cap ب)}{ع (ف)} = \frac{٢}{٦}$$

على أن استخدام الصيغة العامة (٢-١) لحساب احتمالات الأحداث المركبة لا يكون أمرا سهلا أو ممكنا فى كثير من الأحوال ولذا نستخدم قوانين الاحتمالات ونعرض بعضها فيما يلى :

(٢-٣-١) احتمال اتحاد حدثين :

احتمال اتحاد حدثين ا ، ب يحسب باستخدام الصيغة التالية :

$$ح (ا \cup ب) = ح (ا) + ح (ب) - ح (ا \cap ب) \quad (٢-٧)$$

تطبيق (٢-١٥) فى مثال رمى زهرة النرد . أوجد احتمال ظهور رقم فردى (حدث ا) أو ظهور رقم أقل من ٥ (حدث ب) .

الحل : $ح (ا \cup ب) = ح (ا) + ح (ب) - ح (ا \cap ب)$

$$= \frac{٣}{٦} + \frac{٤}{٦} - \frac{٢}{٦} = \frac{٥}{٦}$$

وهذا يتفق مع النتيجة التى وصلنا إليها أعلاه .

الأحداث المتنافية Mutually Exclusive :

يقال لحدثين ا ، ب أنهما متنافيان إذا لم يكن بهما نقاط عينة مشتركة ، ولذا فإنهما لا يقعان فى آن واحد ، أى أن وقوع أحدهما يمنع أو ينفى وقوع الآخر . وبمعنى آخر فإن الحدث $ا \cap ب$ يعد حدثا مستحيلا احتماله صفرا .

وإذا كانت الأحداث متنافية فإن الصيغة (٢-٧) تصبح :

$$ح (ا \cup ب) = ح (ا) + ح (ب) \quad (٢-٨)$$

حيث إن $ح (ا \cap ب)$ = صفر باعتباره حدثًا مستحيلا .

(٢-٣-٢) الاحتمال الشرطى Conditional :

كثيرا ما يكون المطلوب هو إيجاد احتمال حدث ما ا بعد علمنا بأن حدثا آخر ب قد وقع . يسمى ذلك الاحتمال الشرطى ويكتب ح (ا | ب) . ولإيجاد ح (ا | ب) ، لو أخذنا مثالنا الخاص برمى زهرة النرد ، نقول إنه إذا علمنا أن ب قد وقع فإن ذلك يعنى أن ح (ب) = ١ ولذا نستخدم المجموعة ب كحيز أو فراغ للعينة فى التجربة والتى نعتبرها كما لو كانت تجربة جديدة

أما الحدث ا (ظهور رقم فردى) يتغير ويصبح فى التجربة الجديدة هو [١ ، ٣] أى يحوى نقطتان فقط ولنسميه ا * . ويمكن حساب احتمال ا * أيضا باستخدام الصيغة العامة (٢-١) كما يلى :

$$ح (ا \mid ب) = ح (ا^*) = \frac{ع (ا^*)}{ع (ب)} \qquad (٢-٩)$$

$$= \frac{٢}{٤}$$

(٢-٣-٣) احتمال تقاطع حدثين :

نحسب احتمال تقاطع حدثين ا ، ب بالصيغة التالية :

$$ح (ا \cap ب) = ح (ا) \quad ح (ب \mid ا)$$

$$\text{أو} \quad ح (ا \cap ب) = ح (ب) \quad ح (ا \mid ب) \qquad (٢-١٠)$$

ومن ذلك :

$$ح (ا \mid ب) = \frac{ح (ا \cap ب)}{ح (ب)} \qquad (٢-١١)$$

الأحداث المستقلة Independent events :

يقال لحدثين ا ، ب إنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على احتمال وقوع الآخر ، ويمكن التعبير عن ذلك كما يلى :

$$ح (ا \mid ب) = ح (ا)$$

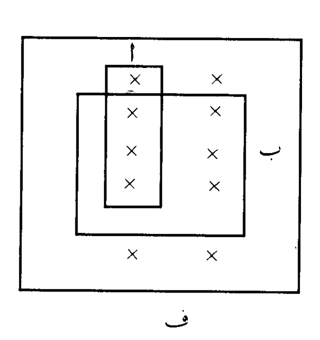
بمعنى أن احتمال الحدث ا علما بأن الحدث ب وقع هو نفسه احتمال الحدث ا — حيث لا تأثير لوقوع الحدث ب فى هذه الحالة .

وفى حالة الأحداث المستقلة تصبح الصيغ (٢-١٠) ، (٢-١١) كما يلى :

$$\text{ح}(\text{أ} \cap \text{ب}) = \text{ح}(\text{أ})\ \text{ح}(\text{ب}) \qquad (\text{٢-١٢})$$

$$\text{ح}(\text{أ} \mid \text{ب}) = \frac{\text{ح}(\text{أ})\ \text{ح}(\text{ب})}{\text{ح}(\text{ب})} = \text{ح}(\text{أ}) \qquad (\text{٢-١٣})$$

وتستخدم أى من الصيغتين الأخيرتين لبيان ما إذا كان الحدثان مستقلان أم لا .



تطبيق (٢-١٦) فصل به عشرة طلاب من بينهم المجموعة (أ) طلاب يدخنون وعددهم أربعة ، المجموعة (ب) طلاب يستخدمون نظارات وعددهم ستة وكما هو موضح بالشكل .

تم سحب طالب عشوائيا . أوجد :

(أ) احتمال أن يكون الطالب مدخنا

(ب) احتمال أن يكون الطالب يستخدم نظارة

(حـ) إذا علم أن الطالب الذى تم اختياره عشوائيا يستخدم نظارة ما احتمال أن يكون الطالب من المدخنيين

(د) ما احتمال أن يكون الطالب مدخنًا ويستخدم نظارة

(هـ) ما احتمال أن يكون الطالب مدخنا أو يلبس نظارة .

(و) هل الحدثان أ ، ب مستقلان :

الحل :

(أ) $\text{ح}(\text{أ}) = \frac{\text{ع}(\text{أ})}{\text{ع}(\text{ف})} = \frac{٤}{١٠}$

(ب) $\text{ح}(\text{ب}) = \frac{\text{ع}(\text{ب})}{\text{ع}(\text{ف})} = \frac{٦}{١٠}$

(حـ) $\text{ح}(\text{ا} \mid \text{ب}) = \frac{\text{ع}(\text{ا}^{*})}{\text{ع}(\text{ب})} = \frac{٣}{٦}$

(د) $\text{ح}(\text{ا} \cap \text{ب}) = \text{ح}(\text{ب})\ \text{ح}(\text{ا} \mid \text{ب})$

$= \left(\frac{٦}{١٠}\right)\left(\frac{٣}{٦}\right) = \frac{٣}{١٠}$

(هـ) $\text{ح}(\text{ا} \cup \text{ب}) = \text{ح}(\text{ا}) + \text{ح}(\text{ب}) - \text{ح}(\text{ا} \cap \text{ب})$

$= \frac{٤}{١٠} + \frac{٦}{١٠} - \frac{٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

(و) $\text{ح}(\text{ا} \cap \text{ب}) = \frac{٣}{١٠}$ وهذا لا يساوى $\text{ح}(\text{ا})$

$\text{ح}(\text{ب}) = \frac{٤}{١٠} \times \frac{٦}{١٠} = \frac{٢٤}{١٠٠}$

إذن الحدثان ا ، ب غير مستقلين .

(٢-٣-٤) نظرية بييز Bayes theorem :

فى عام ١٧٦٣ قدم توماس بييز نظرية هامة تستخدم لحل نوع خاص من المشاكل يكون فيه فراغ العينة مقسما إلى عدد من الأحداث المتنافية والشاملة .

الأحداث الشاملة : Exhaustive :

هى الأحداث التى يتكون من إتحادها فئة حيز أو فراغ العينة (ف) فالأحداث ف ، ف ، .... ، ف ، تكون شاملة إذا كان

$$\text{ف}_{١} \cup \text{ف}_{٢} \cup \ldots \cup \text{ف}_{\text{ك}} = \text{ف}$$

ونظرية بييز لها أهمية كبيرة من الناحية التطبيقية ـــ إذ تمدنا باحتمالات الفروض المختلفة أو أسباب الأحداث ، أى احتمال أن تكون النتيجة قد حدثت بسبب معين . فبفرض وجود عدد ك من الأحداث المتنافية الشاملة

(فروض أو أسباب) $\text{ف}_{١}$ ، $\text{ف}_{٢}$ ، ...... ، $\text{ف}_{\text{ك}}$ وقع منهم واحد ولكن غير معلوم ما هو ، وبسبب ذلك وقع حدث آخر ا (النتيجة) . والمطلوب معرفة احتمال أن يكون حدث ما وليكن $\text{ف}_{\text{ر}}$ هو السبب فى هذه النيتجة أى ح ($\text{ف}_{\text{ر}}$ | ا) . وتسمى هذه الاحتمالات البعدية Posterior وتعد هذه بمثابة تنقيح للاحتمالات القبلية ح ($\text{ف}_{\text{ر}}$) بعد توافر معلومات جديدة وهى وقوع الحدث ا .

$\text{ف}_{١}$	$\text{ف}_{٢}$	$\text{ف}_{٣}$	$\text{ف}_{٤}$
	ا		

$$\text{ح}(\text{ف}_{\text{ر}} \mid \text{ا}) = \frac{\text{ح}(\text{ف}_{\text{ر}} \cap \text{ا})}{\text{ح}(\text{ا})}$$

$$\text{ح}(\text{ا}) = \text{مج}\ \text{ح}(\text{ف}_{\text{ر}} \cap \text{ا})$$

$$= \text{مج}\ \text{ح}(\text{ف}_{\text{ر}})\ \text{ح}(\text{ا} \mid \text{ف}_{\text{ر}}) \qquad (\text{٢-١٤})$$

$$\text{ح}(\text{ف}_{\text{ر}} \mid \text{ا}) = \frac{\text{ح}(\text{ف}_{\text{ر}})\ \text{ح}(\text{ا} \mid \text{ف}_{\text{ر}})}{\text{مج}\ \text{ح}(\text{ف})\ \text{ح}(\text{ا} \mid \text{ف})} \qquad (\text{٢-١٥})$$

ويمكن بسهولة حساب هذه الاحتمالات خاصة إذا تم اعداد البيانات فى صورة توزيع احتمالى ، حيث تكون بعض البيانات متاحة بصورة مباشرة ، والأخرى يمكن الحصول عليها بعمليات بسيطة . ويوضح الجدول التالى التوزيع الاحتمالى المزودج وبعض المعلومات المتاحة به .

جدول (٣-٤) التوزيع الاحتمالى المزودج

السبب / النتيجة	ف١	. . .	فر		ف ك	مجموع
الحدث ا			ح (فر) ح (ا ١ فر)			ح (ا)
. . . .						
مجموع			ح (فر)			١

ومن الواضح أن الجدول يعطى مباشرة الاحتمالات القبلية ح (فر) ومجموعها يساوى واحد . وكذا ح (ا ∩ فر) وهى تساوى ح (فر) ح (ا ١ فر) ومجموع هذه الاحتمالات يعطى ح (ا) (مبدأ الاحتمال الكلى) — كما أن قسمة كلٌ منها على ح (فر) يعطى لنا ح (ا ١ فر) — كما أن قسمتها على ح (ا) يعطى لنا ح (فر ١ ا) .

تطبيق (٢-١٧) اختبار طبى يستخدم لاكتشاف وجود أحد الأمراض النادرة ، فى قدرته اكتشاف المرض بنسبة ٩٢٪ بالنسبة للأشخاص المرضى بهذا المرض ـــ بينما تطبيقه على شخص سليم يؤدى إلى خطأ بنسبة ٦٪ (أى يشير إلى أن ٦٪ منهم مرضى) ـــ وعند تطبيقه على أشخاص مصابون بأمراض أخرى معينة فإن الاختبار يخطىء فى ٢٠٪ من الحالات . فإذا علم أن نسب هذه المجموعات الثلاثة فى مجتمع الدراسة كله هى ١٪ ، ٩٤٪ ، ٥٪ على التوالى . فإذا ما تم سحب شخص عشوائيا من مجتمع الدراسة ـــ وإذا علم أن تقرير الفحص الطبى يشير إلى كونه مريضا . أوجد :

(أ) احتمال أن يكون الشخص مريضا فعلا بهذا المرض النادر .

(ب) احتمال أن يكون الشخص سليما .

(حـ) احتمال أن يكون الشخص مصابا بأمراض أخرى خلاف هذا المرض النادر .

الحل : البيانات يمكن عرضها فى الجدول التالى :

الحالة الصحية للشخص وتقرير الطبيب

حالة الشخص / تقرير الطبيب	مصاب بالمرض ف١	سليم ف٢	مصاب بأمراض أخرى ف٣
مصاب بالمرض (أ)	٩٢	٦	٢٠
غير مصاب	٨	٩٤	٨٠
	١٠٠	١٠٠	١٠٠
النسبة فى المجتمع	١	٩٤	٥

ولتسهيل الحساب كما ذكرنا نعرض البيانات فى صورة توزيع احتمالى كما فى الجدول المعروض أدناه . والنتيجة يبدو فيها شيء من الغرابة حيث إنه بالنسبة للأشخاص الذين يقرر الفحص الطبى أنهم مرضى ، يكون من بينهم ١٢٪ فقط مرضى ، ٧٥٪ أصحاء ، ١٣٪ مرضى بأمراض أخرى خلاف هذا المرض محل الفحص .

ولا شك أن مثل هذه النتائج تفيد الجهات الصحية المسئولة عند اجراء الاختبارات بصورة جماعية على الأفراد .

الحالة الصحية للشخص وتقرير الطبيب

حالة الشخص / تقرير الطبيب	مصاب بالمرض ف١	سليم ف٢	مصاب بأمراض أخرى ف٣
مصاب بالمرض (أ)	٠,٠٠٩٢	٠,٠٥٦٤	٠,٠١
غير مصاب	٠,٠٠٠٨	٠,٨٨٣٦	٠,٠٤
ح (فر)	٠,٠١	٠,٩٤	٠,٠٥
ح (فر١ أ)	٠,١٢	٠,٧٥	٠,١٣

تطبيق (٢-١٨) ثلاث نظريات اقتصادية مختلفه ف١ ، ف٢ ، ف٣ وضعت لتفسير سلوك النظام الاقتصادى ، وقد وضعت احتمالات لمدى صحة هذه النظريات بناء على المناقشات التى دارت حولها وعلى سمعة ووزن واضعى هذه النظريات . وكانت الاحتمالات كما يلى :

$$ح(ف_1) = \frac{١}{٢} ، ح(ف_2) = \frac{١}{٣} ، ح(ف_3) = \frac{١}{٦}$$

وفيما يلى بيان بالنظريات والاحتمالات التى تعطيها بشأن تكلفة المعيشة فى سنة تالية [تزيد — تبقى على حالها — تنقص] .

النظرية الاقتصادية / تكلفة المعيشة		$ف_1$	$ف_2$	$ف_3$
تزيد	ا	٠,٢	٠,٢	٠,٨
تبقى على حالها	ب	٠,٦	٠,٢	٠,١
تنقص	حـ	٠,٢	٠,٦	٠,١
احتمال صحة النظرية		٠,٥	٠,٣٣٣	٠,١٦٦

وبعد انقضاء السنة لوحظ زيادة تكلفة المعيشة . كيف يؤثر ذلك على الاحتمالات المختلفة لصحة النظريات ؟

الحل : يمكن عرض البيانات فى صورة توزيع احتمالى كما يلى :

النظرية الاقتصادية / تكلفة المعيشة	$ف_١$	$ف_٢$	$ف_٣$
تزيد	٠,١	٠,٠٦٧	٠,١٣٣
تبقى على حالها	٠,٣	٠,٠٦٦	٠,٠١٦
تنقص	٠,١	٠,٢٠	٠,٠١٧
$ح(ف_ر)$	٠,٥	٠,٣٣٣	٠,١٦٦
$ح(ف_ر \mid ا)$	٠,٣٣٣	٠,٢٢٣	٠,٤٤٣

ويلاحظ أنه قبل وقع الحدث ا فإن النظرية $ف_٣$ تبدوا الأقل احتمالا — ولكن بعد وقوع الحدث ا فإنها تصبح الأكثر احتمالا .

(٢-٣-٥) نظرية تشيبتشيف **Tchebychev** .

فى عام ١٨٧٤ قدم عالم الاحتمالات الروسى تشيبتشيف نظرية هامة لحساب احتمال وقوع المتغير العشوائى س بين حدين ، وهى على الصورة :

$$ح(\bar{س} - ل\,\sigma < س < \bar{س} + ل\,\sigma) > ١ - \frac{١}{ل^{٢}}$$

حيث $\bar{س}$ ، σ هما المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى للمتغير ، (يفترض أن قيمة كل منهما محدودة) ، ل أى قيمة موجبة .

وتأتى أهمية هذه النظرية فى عموميتها ، فهى تنطبق على أى متغير مهما كان شكل توزيعه .

(**مثال**) : إذا علم أن متوسط درجات الطلبة فى اختبار الثانوية العامة هو ٥٢ درجة بانحراف معيارى قدره ١٥ درجه . فى حالة سحب طالب بصوره عشوائيه من هذا المجتمع . أوجد إحتمال أن تقع درجته بين ٣٢ ، ٨٢ .

الحل : س̄ = ٥٢ ، σ = ١٥ . ويصبح المطلوب هو :

ح (٨٢ > س > ٣٢)

لمعرفة قيمة ل نضع ٨٢ = س̄ + ل σ

٨٢ = ٥٢ + ١٥ ل

ومنها نجد أن ل = ٢

ح [٥٢ + ٢ (١٥) > س > ٥٢ - ٢ (١٥)] > ١ - $\frac{١}{٢^{٢}}$

ح (٨٢ > س > ٣٢) > $\frac{٣}{٤}$

ويلاحظ أن هذه النظرية تمدنا بحد أدنى للاحتمال ، ويمكن الحصول على أرقام أكثر دقه فى حالة إتاحة معلومات عن شكل التوزيع . وهناك تحسين يعطى نتائج أكثر دقة فى حالة كون التوزيع متماثل وله منوال واحد (قيمة واحدة) .

ح (س̄ + ل σ > س > س̄ - ل σ) > ١ - $\frac{٤}{٩ ل^{٢}}$

وهذه يطلق عليها متباينة كامب ميدل Camp - meidell inequality .

مثال : أوجد الاحتمال فى المثال السابق إذا كان التوزيع متماثل وله منوال واحد .

الحل : ح (٨٢ > س > ٣٢) > ١ - $\frac{٤}{٩ (٤)}$ = ٨٩ر.

(٢-٤) التوزيعات الاحتمالية Probability distribution .

فى الفصول السابقة تم عرض بعض القوانين العامة التى يمكن معها حساب الاحتمالات للمتغيرات أو الظواهر أو الأحداث . غير أن هناك متغيرات يكون لها صفات خاصة بحيث يفضل وصف توزيعها بنماذج رياضية احتمالية خاصة ـــ وهذا ما يطلق عليه التوزيعات الاحتمالية ، ولها فوائد كثيرة نذكر منها :

(١) استخلاص المعلومات بسهولة وكفاءة أكبر من الاعتماد على الصيغ العامة .

(٢) يتيح ذلك عمل جداول وخرائط لسهولة الحصول على المعلومات .

(٣) تمكن من الوصول إلى صيغ أو مقاييس محددة لوصف التوزيع بحيث تنطبق على كل المتغيرات التى تتبع ذلك التوزيع . وعلى سبيل المثال تتاح صيغ مباشرة لحساب المتوسط الحسابى ، التباين ، .... إلخ .

(٤) إن استخدام صيغة رياضية محددة لوصف المتغير يمكن من سهولة إدخالها لبناء نماذج رياضية أكبر تتعلق بدراسة أنساق ومشاكل أكبر .

(٥) معرفة التوزيع يفيد فى عملية الاستقراء .

وهناك الكثير من التوزيعات الاحتمالية ، نقتصر هنا على عرض النماذج المتعلقة بوصف متغير وحيد . وتنقسم التوزيعات بصفة عامة إلى (أ) توزيعات غير مستمرة أو متقطعة Discrete نعرض منها التوزيع الهيبرجيومترى وتوزيع ذى الحدين وتوزيع بواسون (ب) توزيعات مستمرة Continuous نعرض منها التوزيع الطبيعى وتوزيع ت وتوزيع كا^{٢} وتوزيع ف .

(٢-٤-١) التوزيع الهيبرجيومترى Hypergeometric :

يمثل التوزيع حالة سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع الوحدات المسحوبة . فبفرض أننا مهتمون بعدد الوحدات المعيبة (س) فى عينة حجمها (ه) سحبناها من مجتمع حجمه (ن) يحوى عدد قدره (ا) من الوحدات المعيبة . إن احتمال سحب عدد قدره (س) وحده معيبة يتم احتسابه من صيغة التوزيع الهيبرجيومترى :

$$\text{ح}_{\text{ن، ه، ا}}(\text{س}) = \frac{\binom{\text{ا}}{\text{س}}\binom{\text{ن} - \text{ا}}{\text{ه} - \text{س}}}{\binom{\text{ن}}{\text{ه}}} \qquad (\text{٢-١٦})$$

حيث $\text{س}_{\text{ى}} \leq \text{س} \leq \text{س}_{\text{ا}}$

$\text{س}_{\text{ا}}$ = الأكبر بين [صفر ، ه - (ن - ا)]

$\text{س}_{\text{ى}}$ = الأصغر بين [ه ، ا]

ويمكن الحصول على التوزيع الاحتمالى المتجمع باستخدام الصيغة :

$$\text{ح}_{\text{ن، ه، ا}}(\text{م}) = \text{ح}(\text{س} \leq \text{م}) = \sum_{\text{س} = \text{س}_{\text{ا}}}^{\text{م}} \text{ح}_{\text{ن، ه، ا}}(\text{س}) \qquad (\text{٢-١٧})$$

ونظرا لأهمية التوزيع الهيبرجيومترى ، فقد تم إعداد جداول لتبسيط الجهد الحسابى ـــ ويمكن استخدام العلاقات التالية :

$$\text{ح}_{\text{ن، ه، ا}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن، ا، ه}}(\text{س}) \qquad (\text{٢-١٨})$$

$$\text{ح}_{\text{ن، ه، ا}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ن، ا، ه}}(\text{س}) \qquad (\text{٢-١٩})$$

أى أن ه ، ا يمكن تبديلهما .

ومن خصائص المتغير س الذى يتبع هذا التوزيع ما يلى :

(١) متوسطة $\bar{\text{س}} = \text{ه ق}$ $\qquad$ (٢-٢٠)

(٢) تباينة $\sigma^{2}_{س} = \text{ں ق ك} \, \frac{\text{ن} - \text{ں}}{\text{ن} - ١}$ (٢-٢١)

حيث $ق = \frac{ا}{ن}$ ، $ك = ١ - ق$

تطبيق (٢-١٩) مدينة بها عشر قرى ، منها ٤ قرى كبيرة الحجم . سحبت عينة عشوائية من ثلاث قرى . أوجد احتمال أن يكون عدد القرى الكبيرة بالعينة :

ا ــ قريتـــان .

ب ــ قريتان أو أقل .

الحل :

$$ح(س) = \frac{\binom{ا}{س}\binom{ن-ا}{ں-س}}{\binom{ن}{ں}}$$

ا — $$ح(٢) = \frac{\binom{٤}{٢}\binom{٦}{١}}{\binom{١٠}{٣}}$$

$$= \frac{(٦)\quad(٦)}{١٢٠} = ٠,٣$$

ب – $ح(س \leq ٢) = ١ - ح(٣)$

$$ح(٣) = \frac{\binom{٤}{٣}\binom{٦}{٠}}{\binom{١٠}{٣}}$$

$$= \frac{(٤)\,(١)}{١٢٠} = ٠,٠٣٣$$

$$ح(س \leq ٢) = ١ - ٠,٠٣٣ = ٠,٩٦٧$$

ويمكن الحصول على هذه القيم من الجدول ٦ بالملحق ، مع استخدام الصيغ (٢-١٨) ، (٢-١٩) .

تطبيق (٢-١٩) مجتمع حجمه ١٢ وحدة منها ثلاث وحدات معيبة تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ . أوجد التوزيع الاحتمالى لعدد الوحدات المعيبة فى العينة .

الحل : نرمز لعدد الوحدات المعيبة فى العينة بالرمز س والتى قد تكون صفر ، ١ ، ٢ .

$$\text{ح (س)} = \frac{\binom{\text{ل}}{\text{س}}\binom{\text{ن} - \text{ل}}{\text{ه} - \text{س}}}{\binom{\text{ن}}{\text{ه}}}$$

$$= \frac{\binom{٣}{\text{س}}\binom{٩}{٢ - \text{س}}}{\binom{١٢}{٢}}$$

$$\text{ح (٠)} = \frac{\binom{٣}{٠}\binom{٩}{٢}}{\binom{١٢}{٢}}$$

$$= \frac{(١)\ (٣٦)}{٦٦} = ٠,٥٤٦$$

$$\text{ح (١)} = \frac{\binom{٣}{١}\binom{٩}{١}}{٦٦} = ٠,٤٠٩$$

$$\text{ح (٢)} = \frac{\binom{٣}{٢}\binom{٩}{٠}}{٦٦} = ٠,٠٤٥$$

ويمكن عرض هذا التوزيع الاحتمالى فى جدول كما يلى :

س	ح (س)
٠	٠,٥٤٦
١	٠,٤٠٩
٢	٠,٠٤٥
	١

(٢-٤-٢) توزيع ذى الحدين Binomial :

من التوزيعات الهامة ، وهو يمثل حالة سحب عينة من مجتمع كما فى التوزيع الهيبرجيومترى ، مع بعض الخلافات . فتوزيع ذى الحدين يصف الحالة بالشروط التالية :

١ ــ عدد محاولات التجربة (الوحدات المسحوبة) ثابت وليكن ں .

٢ ــ كل محاولة تشمل نتيجتين فقط ، نجاح أو فشل .

٣ ــ احتمـال النجـاح فى كل محاولة ثابـت وليكن و [واحتمال الفشـل ك = ١ − و] أى أن المحاولات مستقلة عن بعضها .

والشرط الثالث هو الذى يميز توزيع ذى الحدين عن التوزيع الهيبرجيومترى ، ويمكن اعتبار أن التوزيع الهيبرجيومترى يمثل حالة سحب عينة من مجتمع محدود حيث تعتبر السحبات المتتالية غير مستقلة ، بينما يمثل توزيع ذى الحدين حالة السحب مع إرجاع الوحدات المسحوبة إلى المجتمع ــ وبذلك تكون محاولات السحب المتتالية مستقلة عن بعضها ، ويكون الأمر كذلك فى حالة سحب العينة من مجتمع كبير .

والمتغير فى كلا التوزيعان واحد وهو عدد مرات النجاح فى (ں) من المحاولات ولنرمز له بالرمز (س) . وصيغة توزيع ذى الحدين كما يلى :

$$\text{ح}_{\text{ں، و}}(\text{س}) = \binom{\text{ں}}{\text{س}} \text{و}^{\text{س}} \text{ك}^{\text{ں}-\text{س}} \qquad (\text{٢-٢٢})$$

حيث س = ٠ ، ١ ، ٢ ، .... ، ں

وصيغة توزيع ذى الحدين المتجمع هى :

$$\text{ح}_{\text{ں، و}}(\text{ر}) = \sum_{\text{س}=٠}^{\text{ر}} \text{ح}_{\text{ں، و}}(\text{س}) \qquad (\text{٢-٢٣})$$

وهناك جداول معدة لتبسيط العمل ، نعرض نموذجا لها فى الملحق (جدول ٧) . ولمزيد من الانتفاع بالجداول يمكن الاستعانة بالعلاقات التالية :

$$\text{ح}_{\text{ں، و}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ں، ١ - و}}(\text{ں} - \text{س}) \qquad (٢-٢٤)$$

$$\underline{\text{ح}}_{\text{ں، و}}(\text{س}) = ١ - \tilde{\text{ح}}_{\text{ں، ١ - و}}(\text{ں} - \text{س} - ١) \qquad (٢-٢٥)$$

$$\text{ح}_{\text{ں، و}}(\text{س}) = \tilde{\text{ح}}_{\text{ں، و}}(\text{س}) - \tilde{\text{ح}}_{\text{ں، و}}(\text{س} - ١) \qquad (٢-٢٦)$$

ويمكن استخدام توزيع **ذى** الحدين كتقريب للتوزيع الهيبرجيومترى ، حيث :

$$\text{ح}_{\text{ن، ں، ا}}(\text{س}) = \text{ح}_{\text{ں، و}}(\text{س}) \qquad (٢-٢٧)$$

$$\text{حيث و} = \frac{\text{ا}}{\text{ن}}$$

ويكون هذا التقريب جيدا فى حالة توافر الشروط التالية :

$$(١)\quad \frac{\text{ں}}{\text{ن}} \le ٠{,}١$$

$$(٢)\quad \text{ں} \le \text{ا} \qquad (٢-٢٨)$$

$$(٣)\quad \text{ن} \ge ٥٠$$

ومن خصائص المتغير س الذى يتبع توزيع ذى الحدين ما يلى :

$$(١)\quad \bar{\text{س}} = \text{ں و} \qquad (٢-٢٩)$$

$$(٢)\quad \sigma^{٢}_{\text{س}} = \text{ں و ك} \qquad (٢-٣٠)$$

تطبيق (٢-٢٠) ما هى الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور فى الأسر التى بها أربعة أولاد ؟

الحل : من قوانين الوراثة يمكن اعتبار أن ولادة الطفل مستقلة عن حالة الطفل السابق كما أن احتمال أن يكون المولود ذكرا هو $\frac{١}{٢}$. والمتغير (س) وهو عدد الذكور بالأسرة قد يكون صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ويمكن حساب احتمال كل منها بالصيغة (٢-٢٢) :

$$ح_{٤ ، ٠,٥} (س) = \binom{٤}{س} (٠,٥)^{س} (٠,٥)^{٤ - س}$$

$$= \binom{٤}{س} (٠,٥)^{٤}$$

$$= ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{س}$$

$$ح (٠) = ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{٠} = ٠,٠٦٢٥ (١) = ٠,٠٦٢٥$$

$$ح (١) = ٠,٠٦٢٥ \binom{٤}{١} = ٠,٠٦٢٥ (٤) = ٠,٢٥٠٠$$

وهكذا . ويمكن عرض النتائج فى صورة التوزيع الاحتمالى التالى :

س	ح (س)
٠	٠,٠٦٢٥
١	٠,٢٥٠٠
٢	٠,٣٧٥٠
٣	٠,٢٥٠٠
٤	٠,٠٦٢٥
	١

تطبيق (٢-٢١) اختبار يتكون من ٢٠ سؤالا - على نظام الاختيار من متعدد ـــ ما احتمال أن يحصل الطالب بالتخمين على عشر إجابات صحيحة فأكثر :

(ا) إذا كان كل سؤال يحوى إجابتين فقط .

(ب) إذا كان كل سؤال يحوى ٤ إجابات .

الحل :

(ا) ح (س ≥ ١٠) = ١ − ح (س ≤ ٩)

= ١ − $ح_{٢٠، ٠,٥}$ (٩) = ١ − ٠,٤١٢ = ٠,٥٨٨

(ب) ح (س ≥ ١٠) = ١ − ح (س ≤ ٩)

= ١ − $ح_{٢٠، ٠,٢٥}$ (٩) = ١ − ٠,٩٨٦ = ٠,٠١٤

(٢-٤-٣) توزيع بواسون Poisson :

هذا التوزيع يشترك فى كثير من الأشياء مع توزيع ذى الحدين ، وصيغته كما يلى :

$$ح_م (س) = \frac{هـ^{-م} م^{س}}{س !} \qquad (٢-٣١)$$

حيث س = ٠ ، ١ ، ٢ ، .....

م > صفر

هـ = ٢,٧١٨ (أساس اللوغاريتم الطبيعى)

س ! = مضروب س كما سبق تعريفها بالصيغة (٢-٣)

ويستخدم توزيع بواسون لحساب الاحتمالات للأحداث النادرة أى التى يكون احتمال حدوثها (ق) قليلا والتى تحدث بصورة عشوائية مثل معدل حوادث السيارات أو حوادث المصنع ، معدل ورود العملاء على مراكز الخدمة (مخزن — متجر — مكتبة ...) ، معدل الأخطاء فى الأعمال (كتابة — طباعة — نسخ ...) .

ويستخدم توزيع بواسون كتقريب لتوزيع ذى الحدين تبسيطا للعمل الحسابى ، على أساس أن م = ن ق ، وذلك فى حالة ما إذا كانت ن كبيرة (أكبر من ٥٠) ، ق صغيرة (أصغر من ٠,١) .

ويفيد توزيع بواسون فى حساب الاحتمالات فى الحالات التى يكون فيها المتوسط م (ن ق) فقط معلوما .

ولتسهيل الحصول على الاحتمالات يمكن استخدام الجداول كالموضحة بالملحق (جدول ٨) .

ومن خصائص المتغير س الذى يتبع هذا التوزيع مايلى :

(١) $\bar{س}$ = م (٢-٣٢)

(٢) $\sigma^{٢}_{س}$ = م (٢-٣٣)

تطبيق (٢-٢٢) تشير الإحصاءات الحكومية فى إحدى الدول إلى أن متوسط عدد حوادث المصنع فى السنة هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل ، أوجد احتمال وجود حادثة فى السنة على الأقل لمصنع يحوى :

(أ) ٥٠٠٠ عامل .

(ب) ١٠ ٠٠٠ عامل .

الحل : يمكن افتراض توزيع بواسون باعتبار أن الحوادث تقع بصورة عشوائية .

(أ) ح (س ≥ ١) = ١ - ح (س = صفر)

$$= ١ - \frac{هـ^{-٢} (٢)^{٠}}{٠ !} = ١ - (٢,٧١٨)^{-٢} = ٠,٨٦٥$$

(ب) حيث أن معدل الحوادث هو ٢ لكل ٥٠٠٠ عامل فإننا نتوقع معدل قدره ٤ لكل ١٠ ٠٠٠ عامل .

ح (س ≥ ١) = ١ - ح (س = صفر)

$$= ١ - (٢,٧١٨)^{-٤} = ٠,٩٨٢$$

تطبيق (٢-٢٣) إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب فى أحد المصانع هو ٠,٠٠٥ تم سحب عينة حجمها ٣٠٠ وحدة عشوائيا ، أوجد احتمال الحصول عدد الوحدات المعيبة التالية :

صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

الحل : هنا ق = ٠,٠٠٥ ، ن = ٣٠٠ ويمكن استخدام توزيع ذى الحدين . غير أنه للسهولة يمكن استخدام توزيع بواسون حيث تتحقق شروط التقريب وهى ن أكبر من ٥٠ وكذلك ق أصغر من ٠,١

م = ن ق = ٣٠٠ (٠,٠٠٥) = ١,٥

ويمكن الحصول على الاحتمالات المطلوبة باستخدام الصيغة (٢-٢٢) كما يمكن استخدام جدول ٨ بالملحق حيث م = ١,٥ ونحصل على :

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ح (س)	٠,٢٢٣١	٠,٣٣٤٧	٠,٢٥١٠	٠,١٢٥٥	٠,٠٤٧١	٠,٠١٤١

(٢-٤-٤) التوزيع الطبيعى Normal

أهميته :

التوزيع الطبيعى له أهمية كبيرة للعديد من الأسباب :

(١) كثير من الظواهر الطبيعية والاجتماعية والاقتصادية تتبع هذا التوزيع ، مثال ذلك أطوال الأشخاص ، أوزانهم ، الذكاء ، الإنتاجية ، التحصيل العلمى ، الأخطاء . ولا غرابة فى ذلك فمن الثابت نظريا أنه إذا كان هناك متغير ما يتأثر بعدد كبير من العوامل المستقلة فإن توزيع هذا المتغير يتبع التوزيع الطبيعى .

(٢) يستخدم كتقريب لكثير من التوزيعات تحت شروط معينة .

(٣) له أهمية كبيرة فى الاستقراء الإحصائى ، حيث إن كثير من توزيعات المعاينة تتبع التوزيع الطبيعى تحت شروط معقولة .

(٤) يمكن بتحويلات مناسبة جعل الكثير من المتغيرات تتبع التوزيع الطبيعى .

(٥) توافر الجداول لتسهيل حساب الاحتمالات .

خواصـه :

(١) صيغة التوزيع الطبيعى كما يلى :

$$\text{ص} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\,\text{ط}}}\ \text{هـ}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma}\right)^{2}} \qquad (٢-٣٤)$$

حيث هـ = ٢,٧١٨ (أساس اللوغاريتم الطبيعى)

ط = ٣,١٤

(٢) التوزيع الطبيعى ليس توزيع وحيد ولكنه عائلة من التوزيعات . ويتحدد شكل التوزيع تماما بمجرد معرفة المتوسط الحسابى ($\bar{س}$) والانحراف المعيارى (σ) وغالبا يرمز لهذا التوزيع بالصيغة ط ($\bar{س}$ ، $\sigma^٢$) .

(٣) التوزيع متماثل حول المتوسط .

(٤) المتوسط الحسابى = الوسيط = المنوال .

(٥) المدى النظرى للتوزيع يمتد من − ∞ إلى + ∞ غير أنه عمليا نجد أن المدى الفعال (يحوى ٩٩,٧٤٪ من القيم) ينحصر بين $\bar{س} - ٣\sigma$ ، $\bar{س} + ٣\sigma$

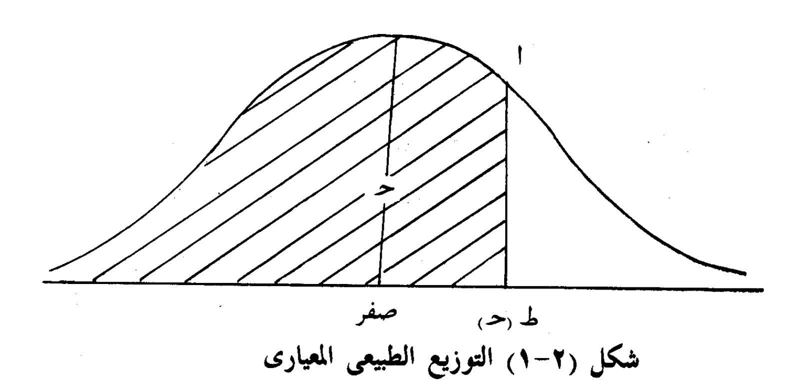
التوزيع الطبيعى المعيارى Standard normal

إذا كان لدينا متغير يتبع التوزيع ط ($\bar{س}$ ، $\sigma^٢$) أى التوزيع الطبيعى بمتوسط $\bar{س}$ وتباين قدره $\sigma^٢$ فإنه يمكن تحويل هذا المتغير باستخدام صيغة الدرجة المعيارية .

$$\text{س}' = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\sigma} \qquad (٢-٣٥)$$

وبذلك نحصل على توزيع طبيعى متوسطه صفر وانحرافه المعيارى (وتباينه) واحد صحيح ، وهذا ما يسمى التوزيع الطبيعى المعيارى ويرمز له بالرمز ط (٠ ، ١) .

أى أنه بإجراء مثل هذا التحويل نحصل على توزيع موحد مما يؤدى إلى تسهيل حساب الاحتمالات . وهناك جداول بهذا التوزيع تجد نموذجا لها بالملحق . (جدول ٢)



شكل (٢-١) التوزيع الطبيعى المعيارى

والجدول ٢ يعرض لكل قيمة ط الإحداثى (ا) وكذا الاحتمال (حـ) أو المساحة المظللة بالشكل بحيث :

ح [ط ≥ ط (حـ)] = حـ (٢-٣٦)

ويلاحظ أن الجدول يعرض هذه المعلومات لقيم ط الموجبة فقط ، أما بالنسبة للقيم السالبة فإنه باعتبار أن التوزيع متماثل فإن قيم الإحداثى (ا) تكون هى نفسها كما للقيمة الموجبة . أما الاحتمالات فإنه يمكن الحصول عليها باستخدام العلاقة

ح (ط < - ط°) = ١ - ح (ط < ط°) (٢-٣٧)

تطبيق (٢-٢٤) فى إحدى المكتبات العامة ، وجد أن فترة إعارة الكتاب تتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط قدره ١٠ أيام وانحراف معيارى قدره ٥ أيام أوجد :

(أ) نسبة الحالات التى تكون فيها مدة الإعارة أقل من ٥ أيام .

(ب) نسبة الحالات التى تكون فيها مدة الإعارة أقل من ١٠ أيام .

(حـ) نسبة الحالات التى تكون فيها مدة الإعارة أقل من ١٥ يوما .

(د) نسبة الحالات التى تكون فيها مدة الإعارة بين ٥ ، ١٥ يوما .

(هـ) نسبة الحالات التى تكون فيها مدة الإعارة بين ١٥ ، ٢٠ يوما .

الحل : نقوم بتحويل المتغير س (فترة إعارة الكتاب) إلى متغير طبيعى معيارى ط باستخدام العلاقة ط = (س − سَ) / σ ثم نستخدم الجدول ٢ بالملحق :

(أ) ح (س < ٥) = ح ((س − سَ) / σ < (٥ − ١٠) / ٥)

= ح (ط < − ١)

= ١ − ح (ط < ١) باستخدام الصيغة (٢−٣٧)

= ١ − ٠,٨٤١٣ = ٠,١٥٨٧

(ب) ح (س < ١٠) = ح (ط < صفر) = ٠,٥٠٠

(حـ) ح (س < ١٥) = ح (ط < ١) = ٠,٨٤١٣

(د) ح (٥ < س < ١٥) = ح (− ١ < ط < ١)

= ح (ط < ١) − ح (ط < − ١)

= ح (ط < ١) − [١ − ح (ط < ١)]

= ٠,٨٤١٣ − [١ − ٠,٨٤١٣]

= ٠,٨٤١٣ − ٠,١٥٨٧ = ٠,٦٨٢٦

(هـ) ح (٢٠ > س > ١٥) = ح (٢ > ط > ١)

= ح (ط < ٢) − ح (ط < ١)

= ٠,٩٧٧٢ − ٠,٨٤١٣ = ٠,١٣٥٩

تقريب التوزيع الطبيعى لتوزيعى ذى الحدين وبواسون .

يمكن استخدام التوزيع الطبيعى كتقريب جيد لتوزيع ذى الحدين فى حالة ما إذا كان كل من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ ، أى أن متغير ذى الحدين س فى هذه الحالة يتبع التوزيع الطبيعى ط (ن ق ، ن ق ك)حسب الصيغ (٢-٢٩) ، (٢-٣٠) وبالتحويل لدرجات معيارية فإن المتغير :

$$\frac{س - ن ق}{\sqrt{ن ق ك}} \qquad (٢-٣٨)$$

يتبع التوزيع الطبيعى المعيارى طَ (٠ ، ١)

وكذلك فإنه إذا كان المتغير س يتبع توزيع بواسون فإنه كلما زادت قيمة م (أكبر من ٢٠) فإن المتغير يقترب من التوزيع الطبيعى ط (م ، م) ، حسب الصيغ (٢-٣٢) ، (٢-٣٣) .

ونظرا لأن التوزيع الطبيعى توزيع مستمر بينما توزيعا ذى الحدين وبواسون من التوزيعات غير المستمرة — فإنه يلزم مراعاة مايلى :

(١) إذا كان لدينا متغير س يتبع توزيع ذى الحدين أو توزيع بواسون وكنا بصدد ايجاد الاحتمال فى المدى من ا إلى ب فإنه عند استخدام تقريب التوزيع الطبيعى فإننا نستخدم المدى من :

$$ا - \frac{١}{٢} \quad إلى \quad ب + \frac{١}{٢}$$

(وهذا التعديل لا يكون ضروريا فى حالة ما إذا كانت ن كبيرة) .

(٢) فى حالة استخدام التوزيع الطبيعى لحساب احتمال قيمة معينة س فإننا نستخدم المدى من :

س − ١/٢ إلى س + ١/٢

تطبيق (٢−٢٥)

متغير س يتبع توزيع ذى الحدين معالمه ن = ٢٠ ، و = ٠,٤ .

أوجد ح (٩ ≥ س ≥ ٦) باستخدام :

(أ) تويع ذى الحدين .

(ب) التوزيع الطبيعى .

الحل :

(أ) ح (٩ ≥ س ≥ ٦) = ح ٢٠، ٠,٤ (٩) — ح ٢٠، ٠,٤ (٥)

= ٠,٧٥٥٣ — ٠,١٢٥٦

= ٠,٦٢٩٧ جدول ٧ بالملحق

(ب) ح (٩ ≥ س ≥ ٦)

= ح ((٩,٥ − ٨) / √((٢٠) (٠,٤)) (٠,٦) > ط > (٥,٥ − ٨) / √((٢٠) (٠,٤)) (٠,٦))

= ح (٠,٦٨٥ > ط > − ١,١٤١)

= ح (ط < ٠,٦٨٥) − ح (ط < − ١,١٤١)

= ح (ط < ٠,٦٨٥) − [١ − ح (ط < ١,١٤١]

= ٠,٧٥٤٩ − ١ + ٠,٨٧٢٩ = ٠,٦٢٧٨

جدول ٢ بالملحق .

تطبيق (٢-٢٦) متغير يتبع توزيع ذى الحدين معالمه ىہ = ١٠٠ ، ى = ٠,١ . أوجد احتمال أن تكون عدد حالات النجاح ٥ باستخدام تقريب التوزيع الطبيعى مع مقارنة النتيجة فى حالة استخدام توزيع ذى الحدين .

ح (٥) = ح (٥,٥ > س > ٤,٥)

= ح ((٥,٥ − ١٠) / √((١٠٠) (٠,١) (٠,٩)) > س > (٤,٥ − ١٠) / √((١٠٠) (٠,١) (٠,٩)))

= ح (−١,٥ > س > −١,٨٣٣)

= ١ − ح (ط < ١,٥) − [١ − ح (ط < ١,٨٣٣)]

= − ح (ط < ١,٥) + ح (ط < ١,٨٣٣)

= − ٠,٩٣٣٢ + ٠,٩٦٦٤ = ٠,٠٣٣٢

وباستخدام توزيع ذى الحدين ، جدول ٧ بالملحق وعند ىہ = ١٠٠ ، ى = ٠,١ واستخدام الصيغة (٢-٢٦)

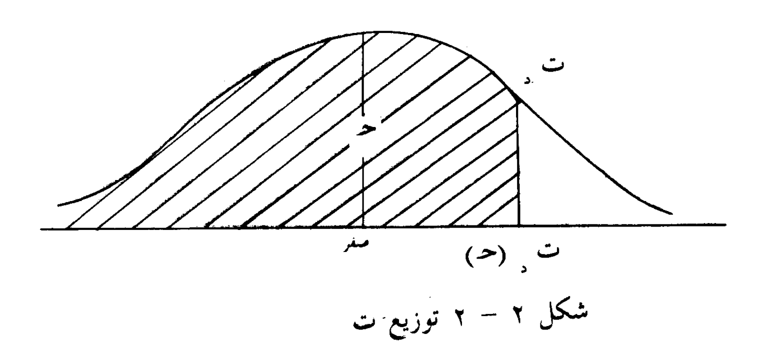
ح١٠٠،٠,١(٥) = ح١٠٠،٠,١ (٥) − ح١٠٠،٠,١ (٤)

= ٠,٠٥٧٦ − ٠,٠٢٣٧ = ٠,٠٣٣٩

وهى تقارب تماما النتيجة أعلاه .

(٢-٤-٥) توزيع ت T - distribution :

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير التوزيع الطبيعى المعيارى



شكل ٢ - ٢ توزيع ت

خواصـه :

(١) له معلمة واحدة هى (د) وتسمى درجات الحرية .

(٢) التوزيع ليس وحيدا ولكنة عائله من التوزيعات ، ويتحدد شكل التوزيع بمجرد تحديد درجات الحرية (د) .

(٣) التوزيع متماثل حول المتوسط الحسابى .

(٤) المتوسط الحسابى يساوى صفر .

(٥) المتوسط الحسابى = الوسيط = المنوال .

(٦) مدى التوزيع يمتد من - ∞ إلى + ∞ .

(٧) بزيادة درجات الحرية يقترب التوزيع من التوزيع الطبيعى المعيارى .

الجداول :

يوضح جدول ٣ بالملحق قيم المتغير والاحتمالات المناظرة لها بحيث إن

$$ح [س < ت_د (حـ)] = حـ \qquad (٢-٣٩)$$

وباعتبار أن التوزيع متماثل فإن ؛

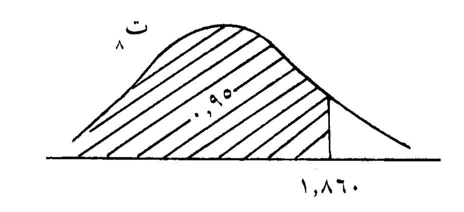
$$ح (س < - ت) = ١ - ح (س < ت) \qquad (٢-٤٠)$$

تطبيق (٢-٢٧) متغير س يتبع توزيع ت بدرجات حرية ٨ أوجد :

(س) ح (س < ١,٨٦٠)

(ب) ح (س < - ١,٨٦٠)

الحل :



بالرجوع لجدول ٣ بالملحق وأمام درجات الحرية ٨ نجد أن :

(أ) ح (س < ١,٨٦٠) = ٠,٩٥

(ب) ح (س < - ١,٨٦٠) = ١ - ح (س < ١,٨٦٠)

باستخدام (٢-٤٠)

= ١ - ٠,٩٥ = ٠,٠٥

تطبيق (٢-٢٨) متغير س يتبع توزيع ت بدرجات حرية ٧ أوجد :

(أ) ح (س < − ٢,٣٦)

(ب) ح (س > ٤,٧٩)

(حـ) ح (٤,٧٩ > س > − ٢,٣٦)

الحل :

(أ) ح (س < − ٢,٣٦) = ١ − ح (س ≥ ٢,٣٩)

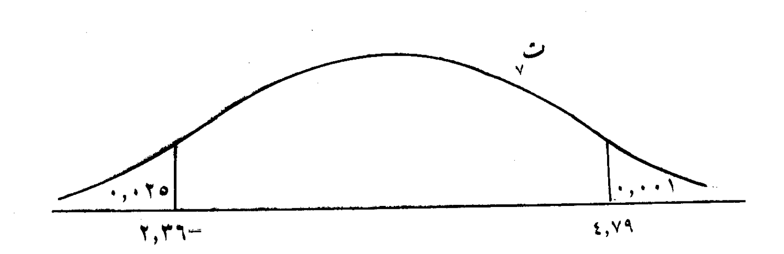
= ١ − ٠,٩٧٥ = ٠,٠٢٥

(ب) ح (س > ٤,٧٩) = ١ − ح (س ≤ ٤,٧٩)

= ١ − ٠,٩٩٩ = ٠,٠٠١

(حـ) ح (٤,٧٩ > س > − ٢,٣٦)

= ١ − (٠,٠٢٥ + ٠,٠٠١) = ١ − ٠,٠٢٦ = ٠,٩٧٤



(٢-٤-٦) توزيع كا^{٢} χ^2 distribution

توزيع مستمر له استخدامات متعددة فى الإحصاء .

خواصـــه :

(١) له معلمة واحدة (د) تسمى درجات الحرية

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞

(٣) التوزيع ملتو من اليمين . وبزيادة درجات الحرية يميل إلى التماثل

(٤) متوسط التوزيع = د

(٥) تباين التوزيع = ٢ د

الجداول :

جدول ٥ بالملحق يعرض قيم كا$^{٢}_{\text{د}}$ (ح) بحيث إن

$$\text{ح}\left[\,\text{س} > \text{كا}^{٢}_{\text{د}}\,(\text{ح})\,\right] = \text{ح} \qquad (٢-٤١)$$

لدرجات الحرية أكبر من ٣٠ نستخدم تقريب التوزيع الطبيعى :

$$\text{كا}^{٢}_{\text{د}}\,(\text{ح}) = \text{د}\left[\,١ - \frac{٢}{٩\,\text{د}} + \text{ط}\,(\text{ح})\sqrt{\frac{٢}{٩\,\text{د}}}\,\right]^{٣} \qquad (٢-٤٢)$$

حيث ط (ح) هى قيمة المتغير الطبيعى المعيارى

تطبيق (٢-٢٩) متغير س يتبع توزيع كا^{٢} بدرجات حرية ٥ أوجد :

(أ) ح (س > ١١)

(ب) ح (س < ٣)

(ح) ح (١١ > س > ٣)

الحل :

(ا) ح [س < $\text{كا}^{٢}_{د}$ (ح)] = ح

ح [س < ١١] = ٠,٩٥

ح [س > ١١] = ١ − ٠,٩٥ = ٠,٠٥

(ب) ح (س < ٣) = ٠,٣

(ح) ح (س < ١١) − ح (س < ٣) = ٠,٩٥ − ٠,٣ = ٠,٦٥

تطبيق (٢−٣٠) إوجد قيمة $\text{كا}^{٢}_{٣٠}$ (٠,٩٩) باستخدام الصيغة (٢−٤٢)

الحل

$$\text{كا}^{٢}_{٣٠}\ ٠,٩٩ = ٣٠\left[١ - \frac{٢}{٩(٣٠)} + ٢,٣٣\sqrt{\frac{٢}{٩(٣٠)}}\right]^{٣} = ٥٠,٩١$$

لاحظ أن القيمة من جدول $\text{كا}^{٢}$ هى ٥٠,٨٩

تطبيق (٢−٣١) أوجد قيمة $\text{كا}^{٢}_{٧٠}$ (٠,٩٧٥)

الحل : نستخدم الصيغة (٢−٤٢)

$$\text{كا}^{٢}_{٧٠}\ (٠,٩٧٥) = ٧٠\left[١ - \frac{٢}{٩(٧٠)} + ١,٩٦\sqrt{\frac{٢}{٩(٧٠)}}\right]^{٣} = ٩٥,٠٢٩$$

لاحظ أن القيمة الجدولية هى ٩٥,٠٢

(٢-٤-٧) توزيع ف F - distribution

توزيع مستمر يشبه إلى حد كبير توزيع كا^{٢} .

خواصـه :

(١) له معلمتان $د_١$ ، $د_٢$ كلاهما يسمى درجات الحرية .

(٢) مدى التوزيع يمتد من صفر إلى ∞ .

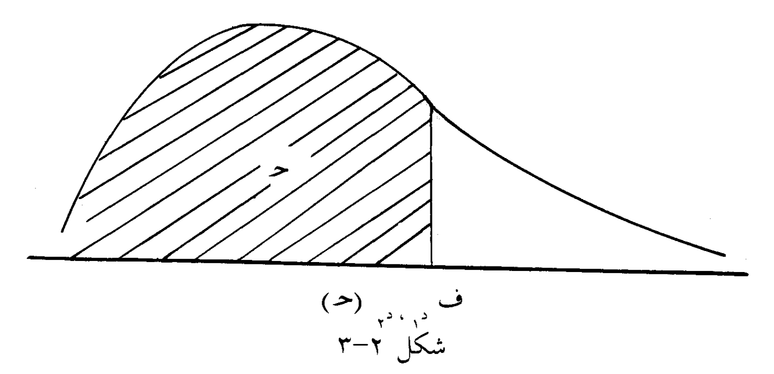
(٣) التوزيع ملتو من اليمين .

(٤) إذا كان المتغير س يتبع توزيع $ف_{د_١ ، د_٢}$ فإن $\frac{١}{س}$ يتبـــع توزيع $ف_{د_٢ ، د_١}$.

الجداول :

الجدول ٤ بالملحق يعرض قيم $ف_{د_١ ، د_٢}$ (حـ) حيث :

$$خ [س < ف_{د_١ ، د_٢} (حـ)] = حـ \qquad (٢-٤٣)$$

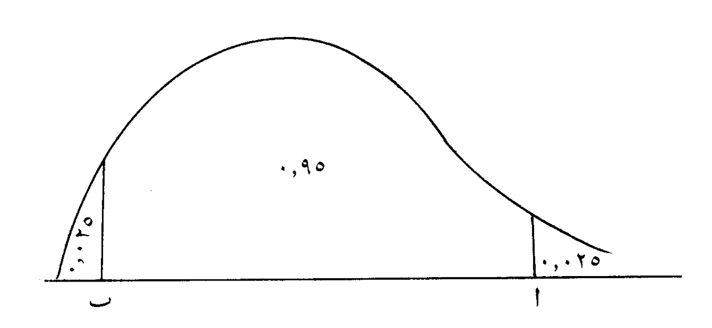


شكل ٢-٣

ولزيادة الانتفاع من استخدام الجداول يمكن استخدام العلاقة التالية :

$$ف_{د_1 ، د_2} (ح) = \frac{1}{ف_{د_2 ، د_1} (1 - ح)} \qquad (2-44)$$

تطبيق (2-32) متغير س يتبع توزيع ف بدرجات حرية $د_1 = 8$ ، $د_2 = 4$ أوجد الحدود المركزية التى تحوى 95٪ من القيم .



من جدول 4 بالملحق

$$ا = ف_{8 ، 4} (0,975) = 8,98$$

$$ب = ف_{8 ، 4} (0,025) = \frac{1}{ف_{4 ، 8} (0,975)} = \frac{1}{5,05} = 0,198$$

(٢-٥) تطبيقات أخرى

تطبيق (٢-٣٣) إذا كان احتمال أن يكون المولود ذكرا هو $\frac{١}{٢}$ فما هى الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور فى أسرة لديها طفلان .

الحل

عدد الذكور بالأسرة	الاحتمال
صفر ١ ٢	٤/١ ٤/٢ ٤/١
	١

		الطفل الثانى ذكر	الطفل الثانى أنثى
الطفل الأول	ذكر	ذ ذ	ذ أ
	أنثى	أ ذ	أ أ

فراغ العينة

تطبيق (٢-٣٤) إذا كان احتمال أن يكون المولود ذكرا هو $\frac{١}{٢}$ فما هى الاحتمالات المختلفة لعدد الذكور فى أسرة مكونة من ثلاث أطفال .

الحل :

الطفل			عدد الذكور	الاحتمال
الأول	الثانى	الثالث		
ا	ا	ا	٠	١/٨
ا ا ذ	ا ذ ا	ذ ا ا	١	٣/٨
ا ذ ذ	ذ ا ذ	ذ ذ ا	٢	٣/٨
ذ	ذ	ذ	٣	١/٨

تطبيق (٢-٣٥) قفل رقمى له ٣ خلقات كل منها به عشرة أرقام . كم عدد الأرقام الممكنة ؟

عدد الأرقام الممكنة = $ن_{١} ن_{٢} ن_{٣}$

= ١٠ × ١٠ × ١٠ = ١٠٠٠ رقم

تطبيق (٢-٣٦) بكم طريقة يمكن بها أعداد جدول الاختبارات إذا كان عدد المواد ٩ على أن يجرى اختبار كل يوم .

عدد الطرق = ٩ ! = ٩ (٨) (٧) ..... (٢) (١) = ٣٦٢٨٨٠

تطبيق (٢-٣٧) يراد تكوين لجنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة عددها عشرة . بكم طريقة يمكن تكوينها ؟

عدد الطرق = $\binom{١}{٣} = \frac{١٠\,!}{(٧\,!)\,(٣!)} = ١٢٠$

تطبيق (٢-٣٨) ما هو عدد طرق اختيار أربعة أفراد من عشرة لأداء أربعة أعمال متشابهة ؟

عدد الطرق = $\binom{١}{٤} = \frac{١٠\,!}{(٦\,!)\,(٤\,!)} = ٢١٠$

تطبيق (٢-٣٩) يراد سحب عينة حجمها ٣ من مجتمع حجمه ٥ . ما هو عدد العينات التى يمكن سحبها فى حالة :

(أ) سحب الوحدات على التوالى مع إرجاع الوحدات المسحوبة

(ب) سحب الوحدات على التوالى بدون إرجاع

(حـ) سحب العينة دفعة واحدة

الحل : عدد العينات التى يمكن سحبها :

فى الحالة (أ) : $ن^{ر} = ٥^{٣} = ١٢٥$

فى الحالة (ب) : $^{ن}ل_{ر} = {}^{٥}ل_{٣} = \frac{٥\,!}{٢\,!} = \frac{١٢٠}{٢} = ٦٠$

فى الحالة (حـ) : $\binom{ن}{ر} = \binom{٥}{٣} = \frac{٥\,!}{(٢!)\,(٣!)} = \frac{١٢٠}{(٢)\,(٦)} = ١٠$

تطبيق (٢-٤٠) فيما يلى جدول باحتمالات الحياة فى أحد المجتمعات حيث يتكون حيز العينة من عدة أحداث متنافية وشاملة : الموت فى العشرة سنوات الأولى ، الموت فى العشر سنوات الثانية ، .... ، الموت بعد سن الثمانين .

بالنسبة لشخص فى سن الخمسين الآن ، ما احتمال أن يموت قبل أن يصل إلى سن الستين .

العمر	احتمال الوفاة
٠ - ١٠	٠,٠٣٢٣
١٠ - ٢٠	٠,٠٠٦٥
٢٠ - ٣٠	٠,٠١٢١
٣٠ - ٤٠	٠,٠١٨٤
٤٠ - ٥٠	٠,٠٤٣١
٥٠ - ٦٠	٠,٠٩٦٩
٦٠ - ٧٠	٠,١٨٢١
٧٠ - ٨٠	٠,٢٧٢٨
٨٠ فأكثر	٠,٣٣٥٨

الحل : لا نستطيع اعتبار الحل هو معدل الوفاة الموضح بالجدول وهو ٠,٠٩٦٩ بل يكون الاحتمال المطلوب هو الاحتمال الشرطى ح (ا ١ ب) حيث ا هو الحدث « يموت قبل سن الستين » والحدث ب هو « يموت بعد الخمسين » .

$$\text{ح}(\text{ب}) = ٠,٠٩٦٩ + ٠,١٨٢١ + ٠,٢٧٢٨ + ٠,٣٣٥٨ = ٠,٨٨٧٦$$

$$\text{ح}(\text{ا} \mid \text{ب}) = \frac{\text{ح}(\text{ا} \cap \text{ب})}{\text{ح}(\text{ب})} = \frac{٠,٠٩٦٩}{٠,٨٨٧٦} \approxeq ٠,١٠٩٢$$

تطبيق (٢-٤١) صندوق ا يحتوى على كرتان حمراء وثلاث كرات بيضاء وصندوق ب يحوى أربع كرات حمراء وكرة بيضاء ــ تم سحب صندوق عشوائى ــ ثم سحبت منه كرة عشوائية ــ فكانت حمراء .

ما احتمال أن يكون الصندوق ا هو الذى تم اختياره عشوائى ؟

الحل :

	صندوق ا	صندوق ب	
حمراء	٠,٢	٠,٤	٠,٦
بيضاء	٠,٣	٠,١	
	٠,٥	٠,٥	

$$\text{الاحتمال المطلوب} = \frac{٠,٢}{٠,٦} = ٠,٣٣٣$$

تطبيق (٢-٤٢) تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكرى فى مجتمع معين ٨٪ واحتمال أن يقرر طبيب معين إصابة شخص بهذا المرض علما بأنه مريض فعلا هو ٠,٩٥ واحتمال أن يقرر إصابته علما بأنه غير مريض هو ٠,٠٢ فإذا أخبر الطبيب شخصا ما بأنه مريض بالسكرى فما هو احتمال أن يكون الشخص مريضا فعلاً ؟

الحل : نستخدم نظرية بييز ، نعد توزيعا احتماليا كما هو وارد بالجدول ادناه — ومنه يتضح أنه إذا أبلغ الطبيب شخصا ما بأنه مصاب بمرضى السكرى فإن هناك احتمال قدره ٨٠٪ تقريبا أن يكون مريضا بهذا المرض .

مرض السكرى وتقرير الطبيب

حالة المريض / تقرير الطبيب	مريض $ف_١$	غير مريض $ف_٢$	
مصاب ا	٠,٠٧٦	٠,٠١٨٤	٠,٠٩٤٤
غير مصاب	٠,٠٠٤	٠,٩٠١٦	
	٠,٠٨	٠,٩٢	

$$ح (ف_١ \ | \ ا) = \frac{٠,٠٧٦}{٠,٠٩٤٤} = ٠,٨٠٥$$

تطبيق (٢–٤٣) يتم العمل فى أحد المصانع من خلال ثلاث أقسام إذا كان نسبة الإنتاج المعيب فى الأقسام الثلاثة هى ١٪ ، ٥٪ ، ٣٪ ويتم توزيع العمل على الأقسام المختلفة بالنسب ٣٠٪ ، ٤٠٪ ، ٣٠٪ على التوالى . فى حالة ظهور إنتاج معيب ما هو احتمال أن يكون كل قسم مسئولا عن هذا الخطأ .

الحل : نستخدم نظرية بييز .

الأقسام / الإنتاج	ف ١	ف ٢	ف ٣	
معيب (ا)	٠,٠٠٣	٠,٠٢	٠,٠٠٩	٠,٠٣٢
سليم	٠,٢٩٧	٠,٣٨	٠,٢٩١	
ح (ف ر)	٠,٣٠	٠,٤	٠,٣	
ح (ف ر \ ا)	٠,٠٩٤	٠,٦٢٥	٠,٢٨١	

تطبيق (٢-٤٤) مجتمع من عشرة أشخاص به أربعة ذكور تم اختيار عينة من أربعة أشخاص عشوائية .

(ا) ما احتمال أن تحوى العينة اثنين من الذكور .

(ب) ما احتمال أن تحوى العينة اثنين من الذكور على الأقل .

الحل : نستخدم التوزيع الهيبرجيومترى نظرا لأن المجتمع محدود :

(ا) $$\text{ح}_{\text{ن، ه، ا}}(\text{س}) = \frac{\binom{\text{ا}}{\text{س}}\binom{\text{ن}-\text{ا}}{\text{ه}-\text{س}}}{\binom{\text{ن}}{\text{ه}}}$$

$$\text{ح}_{\text{١٠، ٤، ٤}}(\text{٢}) = \frac{\binom{\text{٤}}{\text{٢}}\binom{\text{٦}}{\text{٢}}}{\binom{\text{١٠}}{\text{٤}}} = \frac{(\text{٦})(\text{١٥})}{\text{٢١٠}} = \text{٠,٤٢٩}$$

(ب) ح (س ≥ ٢) = ح (٠) + ح (١) + ح (٢)

= ٠,٠٧١ + ٠,٣٨١ + ٠,٤٢٩ = ٠,٨٨١

وهذه النتائج يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول ٦ بالملحق .

تطبيق (٢–٤٥) اختبار يتكون من ٢٠ سؤالا كل سؤال يحوى خمس إجابات يختار منها الممتحن الإجابة الصحيحة .

أوجد احتمال الحصول على ست إجابات صحيحة أو أكثر بالتخمين .

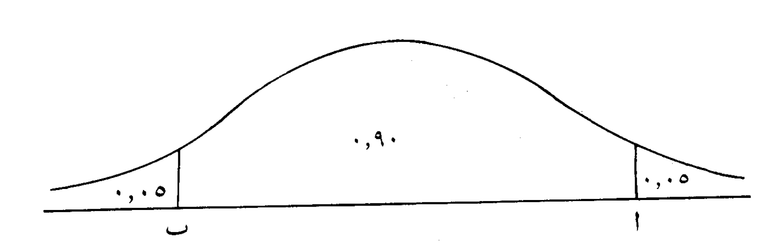
الحل : نستخدم توزيع ذى الحدين (جدول ٧ بالملحق) لكل سؤال يكون احتمال الإجابة الصحيحة $\frac{١}{٥}$ ، ن = ٢٠

ح (س ≤ ٦) = ١ − ح (س ≥ ٥)

= ١ − ٠,٨٠٤ = ٠,١٩٦

تطبيق (٢–٤٦) متغير يتبع التوزيع الطبيعى المعيارى — أوجد الحدود المركزية التى تقع فيها ٩٠٪ من القيم ؟

الحل :



لتكن الحدود المركزية هى ا ، ب

ح (ط < ا) = ٠,٩٥ وباستخدام جدول ٢ بالملحق نجد أن
ا = ١,٦٥ وحيث إن التوزيع متماثل تكون قيمة ب هى − ١,٦٥ .

تطبيق (٢−٤٧) إذا كان ٨٠٪ من المنتخبين يؤيدون المرشح ا . تم اختيار عينة عشوائية من ١٥ منتخبا . ما هو احتمال فوز المرشح ا

الحل : يفوز المرشح إذا حصل على أغلبية الأصوات أى أكثر من ٧

ح (س > ٧) = ١ − ح (س ≤ ٧)

= ١ − ح$_{١٥ ، ٠,٨}$ (٧)

= ١ − [١ − ح$_{١٥ ، ٠,٢}$ (٧)]

= ١ − ١ + ٠,٩٩٥٨ = ٠,٩٩٦

تطبيق (٢-٤٨) تشير الإحصاءات فى أحد المجتمعات إلى ما يلى :

نسبة الأمية ٦٠ ٪

نسبة البطالة ٢٠ ٪

نسبة الأميين العاطلين ١٥ ٪

فى حالة سحب شخص عشوائيا من هذا المجتمع أوجد :

(ا) احتمال أن يكون الشخص أميا أو عاطلا .

(ب) احتمال أن يكون الشخص أميا إذا علم أنه عاطل .

(جـ) هل تعد البطالة والأمية مستقلان ؟

الحل :

(ا) ح (ا $\cup$ ب) = ٦ر٠ + ٢ر٠ − ١٥ر٠ = ٦٥ر٠

(ب) ح (ا \ ب) = $\frac{ح (ا \cap ب)}{ح (ب)}$ = $\frac{١٥ر٠}{٢٠ر٠}$ = ٧٥ر٠

(حـ) ح (ا \ ب) = ٧٥ر٠ $\neq$ ح (ا) = ٦ر٠

إذن الحدثان غير مستقلان .

تطبيق (٢-٤٩) عملية جراحية احتمال نجاحها ٤٠ ٪ فـإذا كانت المستشفى تجرى خمسة عمليات يوميا . أوجد :

(ا) التوزيع الاحتمالى لعدد العمليات الناجحة .

(ب) المتوسط الحسابى لعدد العمليات الناجحة .

(حـ) التباين والانحراف المعيارى لعدد العمليات الناجحة .

الحل :

(ا) يمكن استخدام قانون توزيع ذى الحدين ، غير أن استخدام الجداول يقدم لنا النتائج بسهولة وسرعة .

بالنظر إلى جدول توزيع ذى الحدين عند ن = ٥ ، ق = ٤ر٠ نحصل مباشرة على ح (س) ومنها نحصل على قيم ح (س) المطلوبة ، وكما هو موضح أدناه ، حيث س ترمز لعدد العمليات الناجحة .

س	ح (س)	ح (س)
٠	٠٧٧٨ر٠	٠٧٧٨ر٠
١	٣٣٧٠ر٠	٢٥٩٢ر٠
٢	٦٨٢٦ر٠	٣٤٥٦ر٠
٣	٩١٣٠ر٠	٢٣٠٤ر٠
٤	٩٨٩٨ر٠	٠٧٦٨ر٠
٥	١	٠١٠٢ر٠

(ب) $\bar{س}$ = ن ق = ٥ (٤ر٠) = ٢

(حـ) $\sigma^{٢}_{س}$ = ن ق ك = ٥ (٤ر٠) (٦ر٠) = ٢ر١

$\sigma_{س}$ = $\sqrt{٢ر١}$ = ١ر٠٩٥

تطبيق (٢-٥٠) منتج صواريخ يدعى أنها تصيب الهدف بنسبة ٩٠٪ . قامت القوات المسلحة بتجربتها وذلك باختيار عشرة منها عشوائيا - وحصلت على خمسة حالات نجاح فقط .

(ا) ما هو احتمال الحصول على خمسة حالات نجاح أو أقل ؟

(ب) ما رأيك فى ادعاء المنتج ؟

الحل :

(ا) $ح_{١٠، ٩ر٠}$ (٥) = ١ - $ح_{١٠، ١ر٠}$ (٤) = ١ - ٩٩٨٤ر٠ = ٠٠١٦ر٠

(ب) النتيجة فى (ا) تجعلنا نشك فى صحة ادعاء المنتج (باعتباره غير صحيح) .

تطبيق (٢-٥١) يدعى أحد المرشحين فى مجتمع معين أن ٧٠٪ من الناخبين يؤيدونه ، فى استطلاع للرأى تم اختيار ٥٠ ناخبا عشوائيا ما احتمال فوز المرشح المشار إليه ؟

الحل :

يفوز المرشح إذا حصل على أغلبية الأصوات أى يحصل على أكثر من ٢٥ صوت .

ح (س > ٢٥) = ح (س ≤ ٢٦)

= ١ - ح (س ≥ ٢٥)

= ١ - $ح_{٥٠، ٧ر٠}$(٢٥) = ١ - [١- $ح_{٥٠، ٣ر٠}$ (٢٤)]

= ١- [١ - ٩٩٧٦ر٠] = ٩٩٧٦ر٠

تطبيق (٢-٥٢) فى مسح صحى عام لأحد المجتمعات وجد ما يلى :

٦٪ مرضى بالقلب
٩٪ مرضى بضغط الدم
٢٪ مرضى بالقلب وضغط الدم

فى حالة سحب شخص عشوائيا من هذا المجتمع أوجد :

(ا) احتمال أن يكون الشخص مريضا .
(ب) احتمال أن يكون الشخص سليما .
(حـ) احتمال أن يكون الشخص مريضا بالقلب إذا كان مريضا بالضغط .
(د) هل يعد المرضان مستقلان ؟

الحل :

(ا) ح (مريض) + ح (ق $\cup$ ض) = ح (ق) + ح (ض)
- ح (ق $\cap$ ض) = ٠٦ر٠ + ٠٩ر٠ - ٠٢ر٠ = ١٣ر٠

(ب) ح (سليم) = ١ - ح (مريض)
= ١ - ١٣ر٠ = ٨٧ر٠

(حـ) ح (ق | ض) = $\frac{\text{ح (ق} \cap \text{ض)}}{\text{ح (ض)}}$
= $\frac{\text{٠٢ر٠}}{\text{٠٩ر٠}}$ = ٢٢ر٠

(د) ح (ق | ض) = ٢٢ر٠ وهذه لا تساوى ح (ق) = ٠٦ر٠
إذن المرضان غير مستقلين .

تطبيق (٢-٥٣) التوزيع التكرارى التالى يعرض العلاقة بين معدل الجريمة وحجم المجتمع :

حجم المجتمع / معدل الجريمة	كبير	متوسط	صغير	
عال	١٧٠	١٨٠	١٦٠	٥١٠
منخفض	٣٠	١٢٠	٢٤٠	٣٩٠
	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٩٠٠

فى حالة سحب مجتمع عشوائيا ، أوجد :

(ا) احتمال أن يكون المجتمع كبيرا

(ب) احتمال أن يكون المجتمع صغيرا

(حـ) احتمال أن يكون معدل الجريمة به عال

(د) احتمال أن يكون المجتمع كبيرا أو به معدل جريمة عال

(هـ) احتمال أن يكون المجتمع كبيرا ومعدل الجريمة به عال

(و) إذا كان المجتمع المسحوب كبيرا ما احتمال أن يكون معدل الجريمة به عال ؟

(ز) هل يعد الحدثان (المجتمع كبير ، والمجتمع به معدل جريمة عال) مستقلان ؟

الحل :

(ا) $\frac{٢٠٠}{٩٠٠} = ٠ر٢٢$ (ب) $\frac{٤٠٠}{٩٠٠} = ٠ر٤٤$

(حـ) $\frac{٥١٠}{٩٠٠} = ٠ر٥٧$

(د) $\frac{٢٠٠}{٩٠٠} + \frac{٥١٠}{٩٠٠} - \frac{١٧٠}{٩٠٠} = \frac{٥٤٠}{٩٠٠} = ٠ر٦٠$

(هـ) $\frac{١٧٠}{٩٠٠} = ٠ر١٩$ (و) $\frac{١٧٠}{٢٠٠} = ٠ر٨٥$

(ز) ح (المجتمع كبير $\cap$ معدل الجريمة به عال) $\neq$ ح (المجتمع كبير) . ح(معدل جريمة عال)

$٠ر١٩ \neq (٠ر٢٢)(٠ر٥٧) = ٠ر١٣$

إذن الحدثان غير مستقلين .

تطبيق (٢-٥٤) تفيد الإحصاءات السابقة عن أحد الأدوية أنه ناجح فى ٣٠٪ من الحالات . وهناك دواء جديد تم تجربته على ٥٠ من المرضى وقد نجح فى ٢٨ حالة منها . وهناك ادعاء بأن نسبة النجاح فى الدواء الجديد هى أيضا ٣٠٪

(ا) أوجد احتمال الحصول على ٢٨ حالة نجاح أو أكثر .

(ب) وما رأيك فى الادعاء بأن نسبة النجاح هى ٣٠٪ ؟

الحل :

(ا) ح (س ≥ ٢٨) = ١ - ح (س ≤ ٢٧)

= ١ - $ح_{٥٠ ، ٣ر٠}$(٢٧) = ١ - ٩٩٩٩ر٠ = ٠٠٠١ر٠

(ب) الادعاء غير صحيح ، والنتائج تشير إلى أن نسبة النجاح أكثر من ٣٠٪ .

تطبيق (٢-٥٥) تدعى هيئة الإذاعة والتلفزيون أن البرنامج ا يتابعه ٣٠٪ من المشاهدين . وللتحقق من صحة هذا الادعاء ، قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من المجتمع حجمها ١٠٠ وقد وجد أن ١٨ منهم يتابعون البرنامج .

هل يعد ذلك دليل كاف لرفض ادعاء الهيئة ؟

الحل :

بفرض أن ادعاء الهيئة صحيحا ، يكون :

ح (س ≤ ١٨) = $ح_{١٠٠ ، ٣ر٠}$(١٨) = ٠٠٤٥ر٠

وهذا يبرر رفض ادعاء الهيئة .

تطبيق (٢-٥٦) فى اختبار من ٢٠ سؤال ، إذا كان كل سؤال يحوى إجابتين يختار منها الأجابة الصحيحة . أوجد احتمال نجاح طالب بالتخمين .

ح (س ≥ ١٠) = ١ - ح (س ≤ ٩)

= ١ - $ح_{٢٠ ، ٥ر٠}$(٩)

= ١ - ٤١٢ر٠ = ٥٨٨ر٠

تطبيق (٢-٥٧) إذا كان احتمال الشفاء من أحد الأمراض هو ٤٠٪ . فإذا كان بالمستشفى ١٥ مريضا أوجد احتمال شفاء :

(ا) ٥ على الأقل .

(ب) ١٠ على الأقل .

(حـ) ١٣ على الأقل .

(د) من ٥ إلى ١٠ .

(ا) ح (س ≥ ٥) = ١ - ح (س ≤ ٤)

= ١ - ح$_{١٠، ٠٫٤}$(٤) = ١ - ٠٫٢١٧ = ٠٫٧٨٣

(ب) ح (س ≥ ١٠) = ١ - ح (س ≤ ٩) = ١ - ٠٫٩٦٦ = ٠٫٠٣٤

(حـ) ح (س ≥ ١٣) = ١ - ح (س ≤ ١٢)

= ١ - ٠٫٩٩٩٧

= ٠٫٠٠٠٣

(د) ح (١٠ ≥ س ≥ ٥) = ح (١٠) - ح (٤)

= ٠٫٩٩١ - ٠٫٢١٧ = ٠٫٧٧٤

تطبيق (٢ - ٥٨) إذا علم أن دخل الأسرة فى إحدى القرى يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره ٦٠٠ جنيه وانحراف معيارى قدره ٢٠٠ جنيه . أوجد نسبة الأسر ذوات الدخل :

ا - أقل من ٣٠٠ جنيه .

ب - أكبر من ٤٠٠ جنيه .

حـ - أكبر من ٧٥٠ جنيه .

د - بين ٣٠٠ ، ٥٠٠ .

هـ - بين ٣٠٠ ، ٧٠٠ .

و - بين ٧٠٠ ، ٨٠٠ .

الحل :

(ا) ح (س > ٣٠٠) = ح (س/ > $\frac{٣٠٠ - ٦٠٠}{٢٠٠}$)

= ح (سَ > - ٥ر١)

= ١ - ٦٩ر٠ = ٣١ر٠

(ب) ح (س > ٤٠٠) = ١ - ح (س < ٤٠٠)

= ١ - ح (سَ < $\frac{٤٠٠ - ٦٠٠}{٢٠٠}$)

= ١ - ح (سَ < - ١)

= ١ - [١ - ح (سَ < ١)]

= ٨٤١٣ر٠

(حـ) ح (س > ٧٥٠) = ح (سَ > $\frac{٧٥٠ - ٦٠٠}{٢٠٠}$)

= ح (سَ > ٧٥ر٠)

= ١ - ح (سَ < ٠٧٥ر٠)

= ١ - ٧٧٣٤ر٠ = ٢٢٦٦ر٠

(د) ح (٥٠٠ > س > ٣٠٠) = ح (-٥ر٠ > سَ > -٥ر١)

= ح (سَ < -٥ر٠) - ح (سَ < -٥ر١)

= ١ - ٦٩١٥ر٠ - [١ - ح (سَ < ٥ر١)]

= ١ - ٦٩١٥ر٠ - ١ + ٩٣٣٢ر٠ = ٢٤١٧ر٠

(هـ) ح (٧٠٠ > س > ٣٠٠) = ح (٥ر٠ > س > - ٥ر١)

= ح (سَ < ٥ر٠) - ح (سَ < - ٥ر١)

= ٦٩١٥ر٠ - [١ - ح (سَ < ٥ر١)]

= ٦٩١٥ر٠ - ١ + ٩٣٣٢ر٠ = ٦٢٤٧ر٠

(و) ح (٨٠٠ > س > ٧٠٠) = ح ١ > سَ > ٥ر٠)

= ح (سَ < ١) - ح (سَ < ٥ر٠)

= ٨٤١٣ر٠ - ٦٩١٥ر٠ = ١٤٩٨ر٠

تطبيق (٢-٥٩) إذا كانت نسبة البطالة فى أحد المجتمعات ١٠٪ . تم سحب

عينة عشوائية حجمها ١٥ . والمطلوب :

١ - التوزيع الاحتمالى لعدد العاطلين .

٢ - احتمال أن تتضمن العينة عددا من العاطلين قدره :

- ثلاثة
- أربعة فأقل
- خمسة فأكثر

١ - من جدول توزيع ذى الحدين ، حيث ن = ١٥ ، ق = ١ر٠
يكون توزيع المعاينة كما يلى :

س	ح (س)	ح (س)
٠	٢٠٥٩ر٠	٢٠٥٩ر٠
١	٥٤٩٠ر٠	٣٤٣١ر٠
٢	٨١٥٩ر٠	٢٦٦٩ر٠
٣	٩٤٤٤ر٠	١٢٨٥ر٠
٤	٩٨٧٣ر٠	٠٤٢٩ر٠
٥	٩٩٧٨ر٠	٠١٠٥ر٠
٦	٩٩٩٧ر٠	٠٠١٩ر٠
٧	١	٠٠٠٣ر٠

٢ - ح (س = ٣) = ١٢٨٥ر٠

ح (س ≤ ٤) = ٩٨٧٣ر٠

ح (س ≥ ٥) = ١ - ح (س ≤ ٤) = ١ - ٩٨٧٣ر٠ = ٠١٢٧ر٠



الباب الثالث

المعاينة العشوائية

Random sampling

(٣-١) تعاريـــف :

الاستقراء عملية يتم بمقتضاها وصف الكل (المجتمع) باستخدام جزء منه (العينة) . ولاختيار هذا الجزء نقوم بعملية تسمى المعاينة ، وهناك طريقتان للمعاينة : المعاينة العشوائية والمعاينة غير العشوائية . وتعد المعاينة العشوائية أساسا لعملية الاستقراء الإحصائى فهى تحقق الموضوعية فى الاختيار والبعد عن الذاتية والتحيز وهى تقدم عينة ممثلة للمجتمع تصلح لتعميم النتائج على المجتمع كما تمكن من قياس الدقة فى النتائج التى يتم التوصل إليها . أما فى حالة استخدام المعاينة غير العشوائية فلا نضمن تحقيق أى شىء من ذلك .

ونقدم فيما يلى بعض التعاريف الهامة المتعلقة بعملية المعاينة .

وحدة البحث Unit of inquiry :

هى الوحدة موضوع البحث ، والمطلوب استنتاج معلومات بشأنها مثال ذلك الأسرة ، العامل ، الطالب ، .... الخ .

وحدة المعاينة Sampling unit :

هى الوحدة المتخذة أساسا للمعاينة ، وقد تكون هى نفس وحدة البحث أى الوحدة الطبيعية أو مجموعة منها Clusters . فمثلا فى البحوث المتعلقة

بالأسرة يمكن اعتبار مجموعة من العائلات كوحدة للمعاينة . وليس من الضرورى أن تكون وحدة المعاينة وحدة طبيعية ، بل قد تكون وحدة مصطنعة كما فى حالة تقسيم مجموعة مساكن على خريطة إلى مجموعات .

مجتمع البحث Universe of inquiry :

هو مجموعة العناصر الطبيعية Physical محل البحث ، أى مجموعة العناصر المطلوب معرفة خصائصها .

المجتمع Population :

هو مجموعة وحدات المعاينة . وبتحديد أكثر هو مجموعة خواص لمجتمع البحث ، فإذا كان مجتمع البحث مجموعة أشخاص فإن مجموعة البيانات التى تمثل أعمارهم تمثل مجتمعا كما أن مجموعة البيانات التى تمثل أوزانهم تمثل مجتمعا آخر ، وهكذا .

العينة Sample :

هى مجموعة جزئية من مجتمع البحث ــ وتستخدم أيضا باعتبارها مجموعة جزئية من المجتمع .

المعالم Parameters :

الخواص التى تصف المجتمع تسمى معالم مثال ذلك المتوسط الحسابى ، الوسيط ، الانحراف المعيارى ، معامل الارتباط ، ... الخ .

الإحصاء Statistic :

أى مؤشر محسوب من عينة يسمى إحصاء ، مثال ذلك المتوسط الحسابى للعينة ، وكذا الوسيط ، الانحراف المعيارى ، معامل الارتباط ، .. الخ .

إطار المعاينة Sampling frame :

هو المجموعة التى تحوى وحدات المعاينة ، ويعد المصدر الذى نختار منه العينة . وقد يكون قائمة أو خريطة أو فهرسا أو أى شىء آخر .

كسر المعاينة Sampling fraction :

هو النسبة بين حجم العينة وحجم المجتمع ، فإذا ما اعتبرنا أن :

ں حجم العينة .

ن حجم المجتمع .

فإن كسر المعاينة = $\frac{ں}{ن}$ (٣-١)

ويلاحظ أننا استخدمنا الحرف الصغير لحجم العينة والحرف الكبير لحجم المجتمع . وهذا الإجراء سيتم استخدامه بصفة عامة عند التفرقة بين بيانات العينة وبيانات المجتمع .

(٣-٢) طرق المعاينة العشوائية :

المعاينة العشوائية ويطلق عليها أيضا المعاينة الاحتمالية Probability Sampling وكذلك المعاينة الإحصائية Statistical Sampling هى عملية معاينة يكون فيها لكل وحدة من وحدات المجتمع فرصة أو احتمال للظهور فى العينة وهذا الاحتمال يمكن حسابه ولا يساوى صفرا . وطرق المعاينة العشوائية هى :

١ ــ المعاينة العشوائية البسيطة .

٢ ــ المعاينة المنتظمـة .

٣ ــ المعاينة الطبقيـة .

٤ ــ المعاينة العنقودية .

٥ ــ المعاينة متعددة المراحل .

ويمكن أن يحوى تصميم المعاينة على اثنان أو أكثر من هذه الطرق فى آن واحد ، على أنه يجب ملاحظة أن كل أسلوب للمعاينة له صيغه الرياضية الخاصة فى تحديد حجم العينة وفى توزيعها وفى عرض نتائج البحث وقياس دقة النتائج ، ومجال ذلك كله فى المراجع المتخصصة فى المعاينة .

(٣-٢-١) المعاينة العشوائية البسيطة :

تعريـف :

المعاينة العشوائية البسيطة **Simple random sampling** هى طريقة للمعاينة يكون فيها لكل العينات الممكن سحبها احتمال متساو .

ويلاحظ أن سحب العينة يمكن أن يتم بطريقتين :

(ا) مع الإرجاع **With replacement** . وهنا يتم إرجاع الوحدات المسحوبة للمجتمع ، ويعنى ذلك احتمال ظهور الوحدة أكثر من مرة بالعينة .

(ب) بدون إرجاع **Without replacement** . وهنا لا يتم إرجاع الوحدات المسحوبة للمجتمع .

أهمية المعاينة العشوائية البسيطة :

(ا) أبسط طرق المعاينة .

(ب) تعد الأساس لدراسة طرق المعاينة الأخرى .

(حـ) المعلومات المستمدة منها يكون عرضها فى صيغ رياضية بسيطة ، بالمقارنة بصيغ طرق المعاينة الأخرى .

(د) تعد الأساس لمعظم الصيغ الواردة بالمراجع والمتعلقة بالاستقراء الإحصائى .

(هـ) تعد الأساس لتقييم وقياس كفاءة طرق المعاينة الأخرى .

عيوب المعاينة العشوائية البسيطة :

(ا) غالبا ما تكون بعيدة عن الاعتبارات العملية ، وقد تكون مستحيلة فى بعض الأحيان .

(ب) غالبا ما تكون مكلفة وتتطلب جهدا ووقتا كبيرا .

(حـ) لا تستثمر أى معلومات متاحة عن المجتمع .

طرق الاختيار العشوائى :

هناك عدة طرق يمكن استخدامها لاختيار عينة عشوائية هى طريقة الخلط وجداول الأرقام العشوائية والحاسبات الإلكترونية .

(أ) طريقة الخلط :

فى هذه الطريقة تكتب أسماء وحدات المعاينة للمجتمع محل البحث ، أو تعطى كل وحدة رقم ، وتكون الكتابة على بطاقات أو قصاصات ورق متشابهة ، ويتم خلطها جيدا ، ثم يتم سحب العدد المطلوب منها ليمثل العينة . وهذه الطريقة سهلة غير أنها تكون غير عملية إذا كان المجتمع كبيرا كما أن الخلط التام لوحدات المجتمع لا يمكن ضمانه كما أن التحيز الشخصى لا يمكن تجنبه .

(ب) جداول الأرقام العشوائية Random number tables :

الجداول العشوائية عبارة عن أرقام منظمة فى صفوف وأعمدة ، بصورة عشوائية ، بحيث يكون لأى رقم احتمال متساو فى الظهور ، بمعنى أن يكون احتمال ظهور أى رقم مكون من حد واحد متساو ، وأن احتمال ظهور أى رقم مكون من حدين متساو ، ... وهكذا . كما أن الحدود مستقلة عن بعضها .

والجداول العشوائية وسيلة متاحة وسهلة ومرنة وتتجنب الكثير من أخطاء طريقة الخلط .

ويعاب على استخدام الجداول العشوائية أنها تستبعد عددا كبيرا من الأرقام ، كما أن هناك عرضة للأخطاء فى تدوين الأرقام ، كما أن استخدامها يشترط إمكان حصر وحدات المجتمع كلها وتدوينها بقائمة وترقيمها . كما أن تحقيق

شرط العشوائية يتطلب استخدام جداول عشوائية ذات حجم كبير .

إجراءات استخدام الجداول العشوائية :

(١) تعيين تناظر Correspondence بين المجتمع وجدول الأرقام العشـــوائية :

ـــ كل وحدة معاينة تعطى رقم من ١ إلى ن (حجم المجتمع) .

ـــ تعيين عدد الحدود التى تستخدم من الجدول ـــ وهو يساوى عدد حــدود ن .

(٢) تعيين نقطة البداية :

يتم تعيين نقطة البداية ، وذلك بتعيين الصفحة ثم الصف والعمود وأن يكون ذلك بصورة عشوائية . ويمكن هنا الاستعانة بطريقة الخلط .

(٣) تعيين المسار :

ويكون ذلك إما رأسيا فى أى اتجاه (أعلى – أسفل) أو أفقيا فى أى اتجاه (يمينا – يسارا) . وعند الوصول إلى نهاية العمود أو الصف تعين النقطة التى يتم الانتقال إليها .

ويكون اتباع المسار باتساق حتى نهاية اختيار العينة ، وذلك لتقليل التحيز وتبرير العشوائية .

(٤) اختيار العينة :

يتم اختيار عدد قدره ں (حجم العينة) وفق المسار المحدد مع مراعاة استبعاد ما يلى :

ـــ الأرقام المكررة (إذا كان السحب بدون إرجاع) .

ـــ الصفر (فى حالة بدء ترقيم المجتمع من ١) .

ــ أى رقم أكبر من ن .

وللتسهيل ولتقليل استبعاد الأرقام بالجدول يمكن :

ــ طرح رقم ثابت من أرقام المجتمع الأصلى .

ــ طرح ن أو مضاعفاتها (٢ ن ، ٣ ن ، .....) من الأعداد العشوائية بشرط أن تكون المجموعات المتبقية كاملة أى تحوى عدد قدره ن .

(٥) تعيين نقطة النهاية :

تعيين نقطة النهاية كمرجع عند سحب وحدات إضافية للعينة إذا لزم الأمر .

تطبيق (٣-١) مطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة بدون إرجاع حجمها ١٠ مدارس من مجتمع المدارس بإحدى الدول والبالغ عددها ٦٠٠ مدرسة .

ملحوظة : استخدم الجداول العشوائية الملحقة فى نهاية الكتاب ولتكن نقطة البداية الصف ١٥ والعمود ٢٦ .

(١) تعيين تناظر بين المجتمع وجدول الأرقام العشوائية .

١ مدرسة حطين

٢ مدرسة اليمامة

.

.

.

٦٠٠ = ن مدرسة العليا

ـ عدد الحدود التى تستخدم بالجدول ٣

(٢) نقطة البداية : الصف ١٥ والعمود ٢٦

(٣) تعيين المسار : رأسى وأسفل

(٤) اختيار العينة : الأرقام بين قوسين تحذف

٤٠٤	(٩٥٨)	٥٦٤	٤٤٢	٥٨٢
(٩٦٥)	(٩١٤)	٤٦٢	(٧٥٥)	٠٠٥
٥٧٢	٥٦٨	(٦٠٢)	(٦٧٩)	٣٣٦
(٧١٩)	(٨٣٧)	٠٨١		

(٣-٢-٢) المعاينة المنتظمة :

المعاينة المنتظمة Systematic هى معاينة يتم فيها سحب العينة بطريقة منتظمة ، فمثلا فى حالة المعاينة من قائمة يتم سحب الوحدات على فترات . والمعاينة من مساحة يتم بتحديد نموذج لنقاط معينة على الخريطة ، أو باختيار المبانى أو الحقول التى تبعد كيلو متر عن بعضها ، وفى معاينة درجات الحرارة تؤخذ القراءات كل ساعة مثلا .

فإذا كنا بصدد سحب عينة منتظمة حجمها ں (على الأقل) من مجتمع حجمه ن فإننا نتبع الخطوات التالية :

١ ــ نعطى وحدات المجتمع أرقام مسلسلة من ١ إلى ن

٢ - نقسم المجتمع إلى ں من المجموعات حجم كل منها ك = $\frac{ن}{ں}$ ونقرب ك لأقرب عدد صحيح ، وهذا المقدار يطلق عليه فترة المعاينة Sampling interval .

٣ ــ نختار وحدة عشوائيا من بين الأرقام $س_١$ ، $س_٢$ ، .... ، $س_ك$.

ويمكن هنا استخدام طريقة الخلط أو أى طريقة عشوائية أخرى وسنفترض أن الوحدة التى تم اختيارها عشوائيا هى $س_ر$.

٤ ــ نحدد وحدات العينة بإضافة ك على التوالى للوحدة س أى أن العينة تصبح $س_ر$، $س_{ر+ك}$ ، $س_{ر+٢ك}$ ، ... ، $س_{ر+(ں-١)ك}$.

وتمتاز هذه الطريق بالبساطة والسرعة وقلة التكاليف وقلة الأخطاء عند سحب العينة . على أنه يفضل استخدامها فقط فى حالة ما إذا كان المجتمع عشوائيا ، حيث أنه إذا كان المجتمع دورى أو مرتب تثار مسألة الدقة وتحديدها .

تطبيق (٣-٢) مجتمع حجمه ١٠٠ يراد سحب عينة منتظمة حجمها ٥ والمطلوب تحديد وحدات العينة إذا كانت الوحدة الأولى المسحوبة عشوائيا تحمل الرقم ٩

$$ك = \frac{ن}{ں} = \frac{١٠٠}{٥} = ٢٠$$

إذن وحدات العينة هى التى تحمل الأرقام [٩ ، ٢٩ ، ٤٩ ، ٦٩ ، ٨٩]

(٣-٢-٣) المعاينة الطبقية :

فى المعاينة الطبقية Stratified يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات ويسحب من كل طبقة عينة باستخدام المعاينة العشوائية البسيطة .

مزايا المعاينة الطبقية :

١ ــ تحسين درجة تمثيل العينة للمجتمع .

٢ ــ غالبا ما تؤدى إلى زيادة دقة النتائج .

٣ ــ توفير بيانات عن قطاعات جزئية من المجتمع (الطبقات) .

٤ ــ الملائمة للاعتبارات الإدارية ، حيث يمكن تطبيق إجراءات مختلفة لجمع البيانات بما يتناسب مع كل طبقة .

عيوب المعاينة الطبقية .

١ ــ تتطلب ضرورة معرفة حجم كل طبقة ، وهذا قد لا يكون متاحا .

٢ ــ ضرورة وجود إطار للمعاينة لكل طبقة ، وهذا قد لا يكون متاحا .

٣ ــ بعض أساليب المعاينة الطبقية كما فى حالة التوزيع الأمثل يتطلب معرفة التباين فى كل طبقة ، وهذا غالبا لا يكون متاحا .

طرق توزيع العينة على الطبقات :

يتم توزيع العينة على الطبقات بعدد من الطرق

فإذا كان لدينا مجتمع حجمه ن وحجوم الطبقات $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ .. ، $ن_{ل}$ ويراد سحب عينة حجمها ه ومن كل طبقة $ه_{١}$ ، $ه_{٢}$ ، ... ، $ن_{ل}$ فإنه يمكن توزيع العينة على الطبقات باستخدام :

(أ) التوزيع المتناسب Proportional allocation :

ويتم فيه توزيع العينات على الطبقات بحيث يتناسب حجم العينة مع حجم

الطبقة ، أى أن :

$$ن_هـ = ن \frac{ن_هـ}{ن} \qquad (٣-٢)$$

حيث هـ = ١ ، ٢ ، .... ، ل

(ب) التوزيع الأمثل **Optimal alloction** :

يتم فيه توزيع العينات على الطبقات بأعداد تتناسب مع درجة التشتت فى الطبقة وتبعا للصيغة التالية :

$$ن_هـ = ن \frac{ن_هـ \sigma_هـ}{\sum ن_هـ \sigma_هـ} \qquad (٣-٣)$$

حيث هـ = ١ ، ٢ ، ..... ، ل

تطبيق (٣-٣) مجتمع حجمه ١٠٠٠٠ وحدة مقسم إلى ثلاث طبقات والجدول التالى يوضح الحجم والانحراف المعيارى بكل طبقة . يراد سحب عينة طبقية حجمها ٤٠٠ والمطلوب توزيع هذه العينة :

ا ــ حسب التوزيع المتناسب

ب ــ حسب التوزيع الأمثل

الطبقة	الحجم	الانحراف المعيارى
ا	٦٠٠٠	١٠
ب	٣٠٠٠	٦
حـ	١٠٠٠	١٥

الحل :

توزيع العينة الطبقية

الطبقة	$ن_{هـ}$	$\sigma_{هـ}$	المتناسب	الأمثل	
			$ں_{هـ}$	$ن_{هـ}\ \sigma_{هـ}$	$ں_{هـ}$
ا	٦٠٠٠	١٠	٢٤٠	٦٠٠٠٠	٢٥٨
ب	٣٠٠٠	٦	١٢٠	١٨٠٠٠	٧٧
حـ	١٠٠٠	١٥	٤٠	١٥٠٠٠	٦٥
	١٠٠٠٠		٤٠٠	٩٣٠٠٠	٤٠٠

التوزيع المتناسب تم باستخدام الصيغة (٣-٢) فمثلا حجم العينة بالطبقة ا هو $٤٠٠ \times \frac{٦٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٢٤٠$ وهكذا ، التوزيع الأمثل تم باستخدام الصيغة (٣-٣) فمثلا بالنسبة للطبقة ا هو $٤٠٠ \times \frac{٦٠٠٠٠}{٩٣٠٠٠} = ٢٥٨$ وهكذا (مع ملاحظة إجراء التقريب المناسب) .

(٣-٢-٤) المعاينة العنقودية Cluster Sampling :

المعاينة العنقودية هى معاينة عشوائية بسيطة تكون فيها وحدة المعاينة عبارة عن مجموعة (عنقود) من وحدات البحث .

مزايا المعاينة العنقودية :

(١) المعاينة العنقودية تمتاز بقلة تكلفتها فى أغلب الأحوال .

(٢) تظهر أهميتها بصفة خاصة عندما لا يوجد إطار للمعاينة يحوى وحدات البحث ، وكذا عندما يصعب إعداد الإطار . فمثلا ، فى الكثير من الدول لا يوجد إطار شامل للسكان أو للمنازل .

(٣-٢-٥) المعاينة متعددة المراحل Multi - stage :

المعاينة متعددة المراحل تعد امتدادا لمفهوم المعاينة العنقودية . فغالبا ما يحتوى العنقود أو المجموعة Cluster على عدد كبير من وحدات البحث بدرجة يصعب قياسها جميعها ، كما أنه غالبا ما يحوى العنقود على عناصر متشابهة تقريبا بحيث إن عددا قليلا منها يكفى لإعطاء معلومات عن كل العنقود . وفى مثل هذه الحالات فإنه يمكن سحب عينة عشوائية بسيطة من العناقيد ويليها سحب عينة عشوائية بسيطة من وحدات البحث داخل كل عنقود من العناقيد المختارة بالعينة وهذا الإجراء يسمى معاينة ذات مرحلتين Two - Stage sampling . وقد تتم المعاينة بنفس الطريقة مع إضافة مرحلة معاينة أخرى ، وتسمى هذه بالمعاينة ذات الثلاث مراحل Three - stage samling ، وهكذا . وبصفة عامة فإن الطريقة تسمى المعاينة متعددة المراحل . فمثلا عند إجراء بحث على طلبة الثانوية العامة مثلا فى إحدى الدول ، يمكن أولا معاينة المحافظات ، ومن بين المحافظات المختارة يتم معاينة الأحياء أو القرى ، ومن هذه الوحدات المختارة يتم معاينة المدارس ، ومنها يتم معاينة الفصول .

(٣-٣) تطبيقات أخرى

تطبيق (٣-٤)

فى مراجعة حسابات إحدى الشركات كان الهدف اختيار وفحص ستة من حسابات العملاء . والمطلوب اختيار عينة عشوائية بسيطة إذا علم أن دفتر استاذ العملاء يحوى الحسابات أرقام ١ - ٤٠٠

ملحوظة : استخدم الجداول العشوائية الموضحة بالملحق (جدول ١) ولتكن نقطة البداية الصف ٦ والعمود ٢١ .

نختار رقم مكون من ثلاثة حدود ونستبعد الرقم صفر وكل الأرقام التى تزيد عن ٤٠٠

ملحوظة : الأرقام المستبعدة سيتم وضعها بين قوسين .

(٦٧٣)	١٢٤	(٤٥٣)	٠٨٥	١٤٩
(٩٩٨)	٣٤٣	(٥٤٦)	(٧٨٢)	٢٧٨
٥٣				

تطبيق (٣-٥)

مطلوب اختيار عينة من خمس فواتير من ملف فواتير المبيعات يحوى الأرقام ٧٥٣ - ٧٣٢١

استخدم الجداول العشوائية بالملحق (جدول ١) نقطة البداية : الصف ٩ والعمود ٣٥

نختار رقم مكون من أربعة حدود

(٧٨٧٢)	١٣٨٦	٢٩٩٥	٤٧٤٦
(٩٠٢١)	١٦٦٨	٤١٩٤	

تطبيق (٣-٦)

تضمنت إجراءات الجرد المستمر فى إحدى الشركات قيام مراقب الحسابات باختيار عينة من عشرة أصناف من قوائم الجرد التى تحوى الأرقام ٦٠٠٠ - ١٣٠٠٠

والمطلوب اختيار العينة باستخدام الجدول ١ بالملحق مع نقطة البداية : صف ٣ عمود ١٧

فى حالة اختيار رقم مكون من خمس حدود فإن عدد الأرقام المستبعدة سيكون كبيرا . وفى مثل هذه الحالات يفضل طرح رقم وليكن ٥٠٠٠ وندون الأرقام التى تقع بين ١٠٠٠ - ٨٠٠٠ . وهنا نستخدم أرقام ذات أربعة حدود فقط .

١١١٠	١٩٦٢	٦٧٨٩	٦٧٥٨	٣٤٥٣
(٠٩٨٩)	٣٥١٤	٥٦٢٦	(٩٤٦٢)	١٠٩٠
١٢٤٩	(٩٠٨٨)	١٢٢٦		

وهذه الأرقام يجب أن يضاف إليها ٥٠٠٠ السابق طرحه لإعادة التناظر مع أرقام المجتمع المستهدف لأصناف المخزون . أى أن العينة هى :

٦١١٠	٦٩٦٢	١١٧٨٩	١١٧٧٨	٨٤٥٣
٨٥١٤	١٠٦٢٦	٦٠٩٠	٦٢٤٩	٦٢٢٦

تطبيق (٣-٧)

المطلوب تحديد وحدات عينة منتظمة إذا كان حجم المجتمع ٧٣٠ وكسر المعاينة ١٠٪ إذا كانت الوحدة الأولى المسحوبة عشوائيا تحمل الرقم ٣

كسر المعاينة = $\frac{\text{ں}}{\text{ن}} = \frac{١٠}{١٠٠}$

ك = $\frac{\text{ن}}{\text{ں}} = \frac{١٠٠}{١٠} = ١٠$

وحدات العينة هى [٣ ، ١٣ ، ٢٣ ، ...... ، ٧٢٣]

تطبيق (٣-٨)

فى دراسة لأحوال العمال ـــ طلب سحب عينة عشوائية طبقية من ٥٠٠ عامل ـــ وقد تقرر اعتبار أن مدة الخدمة ترتبط بهذه الدراسة وتم تقسيم الطبقات على هذا الأساس ، والمطلوب باستخدام البيانات التالية توزيع العينة حسب :

ا ـــ التوزيع المتناسب

ب - التوزيع الأمثل

مدة الخدمة	عدد العمال	الانحراف المعيارى
أقل من ٢ سنة	٢٠٠٠	٠,٧
٢ - ٥	١٠٠٠	١,٤
٥ فأكثر	١٠٠٠	٢,٨

الحل

توزيع العينة

الطبقة	ن هـ	σ هـ	المتناسب	الأمثل	
			ن̂ هـ	ن هـ σ هـ	ن̂ هـ
١	٢٠٠٠	٠,٧	٢٥٠	١٤٠٠	١٢٥
٢	١٠٠٠	١,٤	١٢٥	١٤٠٠	١٢٥
٣	١٠٠٠	٢,٨	١٢٥	٢٨٠٠	٢٥٠
	٤٠٠٠		٥٠٠	٥٦٠٠	٥٠٠

الباب الرابع

توزيع المعاينة

Sampling distribution

(٤-١) مقدمة :

الاستقراء الإحصائى عملية يتم بموجبها وصف المجتمع باستخدام عينة منه . ولتحقيق هذا الغرض يشترط ــ كما سبق أن أوضحنا ــ أن تكون المعاينة عشوائية . غير أن عملية الحكم على المجتمع باستخدام جزء منه يثير تساؤلات هامة ، خاصة وأن العينات البديلة التى يمكن سحبها يصل عددها ــ كما سبق أن أوضحنا ــ إلى أرقام هائلة . كيف نأخذ عينة واحدة فقط ونستخدمها فى وصف المجتمع كله ؟ وما هى الدقة الكامنة فى النتائج التى نصل إليها ؟ وما هو المعيار الذى نتخذه أساسا لقياس هذه الدقة ؟

إن تقييم نتائج العينة والحكم على دقتها يتم فى ضوء مقارنتها بالمجموعة التى تلتمى إليها ، وهى نتائج العينات الأخرى البديلة الممكن سحبها ، وهذا ما يسمى توزيع المعاينة . ويمكن تعريف توزيع المعاينة كما يلى :

توزيع المعاينة لإحصاء هو توزيع احتمالى نظرى لقيم ذلك الإحصاء والتى نحصل عليها إذا ما تصورنا سحب كل العينات الممكنة ، من ذات الحجم وبنفس طريقة المعاينة .

ويعد توزيع المعاينة الأساس لعمليات الاستقراء كلها ، فهو الذى يمكن من تحقيق ما يلى :

(١) تقدير خواص المجتمع (التعميم) .

(٢) اختبار الفروض حول هذه الخواص .

(٣) حساب دقة النتائج التى يتم التوصل إليها .

(٤) التحكم فى هذه الدقة لتحقيق ما نسعى إليه .

(٤-٢) طرق الحصول على توزيع المعاينة :

هناك عدة طرق تمكن من تحديد توزيع المعاينة وهى :

(١) الحصر النظرى الشامل

(٢) النظريات الإحصائية

(٣) التجربـــة

(٤-٢-١) الحصر الشامل :

(أ) عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ مع الإرجاع :

التطبيق (٢-٤) يعرض حالة سحب عينة من العمال حجمها ٢ من مجتمع حجمه ٦ فى دراسة عن أجورهم وهى :

[١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦] .

والجدول (٢-٣) يمثل توزيع المعاينة للمتوسط الحسابى للأجور وهو يعرض حصر شامل لكل العينات الممكن سحبها وهى ٣٦ وقيم المتوسط الحسابى الممكنة واحتمال حدوث كل منها .

ومن هذا التوزيع يمكن القيام بعمليات الاستقراء والحصول على معلومات هامة ، كالتالى :

ـــ احتمال أن يكون متوسط العينة ١ هو ٣٦/١

ـــ احتمال أن يكون متوسط العينة ٣,٥ هو ٣٦/٦

ـــ احتمال أن يقع المتوسط الحسابى بين ٢ ، ٥ ،

ح (٥ ≥ سَ ≥ ٢) = ٣٦/٣٠ = ٠,٨٣

ـــ احتمال أن يزيد المتوسط الحسابى عن ٢ ويقل عن ٥

ح (٥ > سَ > ٢) = ٣٦/٢٤ = ٠,٦٧

ــ المتوسط الحسابى للمتوسطات $\bar{\bar{س}}$ = ٣,٥

ــ تباين المتوسط الحسابى $\sigma^2_{\bar{س}}$ = ١,٤٥٨

(ب) عينة عشوائية بسيطة حجمها ٣ مع الإرجاع :

ويلاحظ أن توزيع المعاينة السابق يتعلق بطريقة معاينة معينة وحجم عينة معين . فذلك المثال يتعلق بسحب عينة عشوائية بسيطة ، مع إرجاع الوحدات المسحوبة مكانها ، وحجم العينة ٢ ، فإذا تغير حجم العينة مثلا نحصل على توزيع معاينة آخر . فمثلا إذا كان حجم العينة ٣ مع استخدام نفس طريقة المعاينة فإن توزيع المعاينة يصبح كالتالى :

$\bar{س}$	ح
١	٢١٦/١
١,٣٣	٢١٦/٣
١,٦٧	٢١٦/٦
٢	٢١٦/١٠
٢,٣٣	٢١٦/١٥
٢,٦٧	٢١٦/٢١
٣	٢١٦/٢٥
٣,٣٣	٢١٦/٢٧
٣,٦٧	٢١٦/٢٧
٤	٢١٦/٢٥
٤,٣٣	٢١٦/٢١
٤,٦٧	٢١٦/١٥
٥	٢١٦/١٠
٥,٣٣	٢١٦/٦
٥,٦٧	٢١٦/٣
٦	٢١٦/١
	١

ويلاحظ أنه فى هذه الحالة فإن عدد العينات الممكن سحبها بلغ ٢١٦ عينة (٦ × ٦ × ٦) حسب الصيغة (٢-٢)

ومن هذا التوزيع يمكن الحصول على المعلومات التالية :

ــ احتمال أن يكون متوسط العينة ١ هو ١/٢١٦

ــ ح (٥ ≥ $\bar{س}$ ≥ ٢) = ١٩٦/٢١٦ = ٠,٩١

ــ ح (٥ > $\bar{س}$ > ٢) = ١٧٦/٢١٦ = ٠,٨١

ــ المتوسط الحسابى للمتوسطات $\bar{\bar{س}}$ = ٣,٥

ــ تباين المتوسط الحسابى $\sigma^2_{\bar{س}}$ = ٠,٩٧٢

(حـ) عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ بدون إرجاع

نعرض فيما يلى توزيع المعاينة لهذه الحالة

$\bar{س}$	ح
١,٥	١/١٥
٢	١/١٥
٢,٥	٢/١٥
٣	٢/١٥
٣,٥	٣/١٥
٤	٢/١٥
٤,٥	٢/١٥
٥	١/١٥
٥,٥	١/١٥
	١

ويلاحظ أن عدد العينات هنا ١٥ حسب الصيغة (٢-٥) أى $\binom{٦}{٢}$ = ١٥

ويمكن الحصول من توزيع المعاينة هذا على المعلومات التالية :

— ح (سَ = ٣,٥) = ١٥/٣ = ٣/١

— ح (٥ ≥ سَ ≥ ٢) = ١٥/١٣ = ٠,٨٧

— ح (٥ > سَ > ٢) = ١٥/١١ = ٠,٧٣

— سَ = ٣,٥

— $\sigma^{٢}_{سَ}$ = ١,١٦٧

(د) عينة عشوائية بسيطة حجمها ٣ بدون إرجاع

فيما يلى توزيع المعاينة لهذه الحالة :

سَ	ح
٢	٢٠/١
٢,٣٣	٢٠/١
٢,٦٧	٢٠/٢
٣	٢٠/٣
٣,٣٣	٢٠/٣
٣,٦٧	٢٠/٣
٤	٢٠/٣
٤,٣٣	٢٠/٢
٤,٦٧	٢٠/١
٥	٢٠/١
	١

وعدد العينات فى هذه الحالة هو $\binom{٦}{٣}$ = ٢٠

ويمكن الحصول على المعلومات التالية :

ح (سَ = ٢) = ١/٢٠

ح (٥ ≤ سَ ≤ ٢) = ١

ح (٥ > سَ > ٢) = ١٨/٢٠ = ٠,٩

سَ = ٣,٥

σ٢ سَ = ٠,٥٨٣

(٤-٢-٢) النظريات الإحصائية :

إن طريقة الحصر الشامل للحصول على توزيع المعاينة ليست بالأمر اليسير وهى غير عملية بل ومستحيلة فى كثير من الحالات للأسباب التالية :

١ ــ عدد العينات البديلة الممكن سحبها يصل إلى أرقام هائلة حتى فى حالة سحب العينات الصغيرة ، فمثلا إذا كان حجم المجتمع ن = ١٠ ، وكان المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ں = ٥ فإن عدد العينات الممكنة يكون كما يلى :

ــ إذا كان السحب مع الإرجاع $\text{ن}^{\text{ں}} = ١٠^{٥} = ١٠٠\ ٠٠٠$

ــ إذا كان السحب بدون إرجاع $^{\text{ن}}\text{ل}_{\text{ں}} = {}^{١٠}\text{ل}_{٥} = ٣٠\ ٢٤٠$

ــ إذا كان السحب بدون إرجاع والترتيب غير مهم

$$\binom{\text{ن}}{\text{ں}} = \binom{١٠}{٥} = ٢٥٢$$

٢ ــ إن تحديد العينات المختلفة يكون أكثر صعوبة وعددا فى طرق المعاينة الأخرى مثل المعاينة الطبقية ومتعددة المراحل . وتزيد المشكلة بدرجة أكبر فى حالة استخدام تصميمات معاينة يستخدم فيها عدة طرق مختلفة من طرق المعاينة الاحتمالية .

٣ ــ عدم إمكان تحديد العينات البديلة المختلفة الممكن سحبها ولا حتى معرفة عددها فى حالة المجتمعات الكبيرة حيث لا يكون عددها معروفا .

٤ ــ عدم إمكان تحديد العينات المختلفة فى طرق المعاينة الأخرى غير العشوائية .

ولكل هذه المشاكل ونحن بصدد إعداد توزيع المعاينة تظهر أهمية الاعتماد على النظريات الإحصائية ، حيث تمدنا مباشرة بتوزيع المعاينة المناسب ، ونعرض هنا لهذه النظريات فى حالة معينة كمثال فقط ــ أما الحالات الأخرى

فلن يكون مجالها هذا الجزء من الكتاب إذ من الأفضل عرض توزيعات المعاينة تباعا مع الحالات الخاصة بها فى بقية الكتاب .

والنظريات التى نعرضها هنا تخص حالة معاينة عشوائية بسيطة حجم العينة ں مسحوبة من مجتمع حجمه ن ومتوسطه الحسابى $\bar{\text{س}}$ وتباينه σ^2 .

$$(١)\quad \bar{\bar{\text{س}}} = \bar{\text{س}} \qquad (٤-١)$$

أى أن متوسط المتوسطات يساوى المتوسط العام ، وهذا فعلا ما يلاحظ فى الأربع حالات ا ، ب ، حـ ، د ، بالقسم ٤-٢-١ ، حيث إن متوسط المتوسطات = ٣,٥ وهو متوسط المجتمع .

$$(٢)\quad \sigma^2_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma^2}{\text{ں}} \qquad (٤-٢)$$

فى حالة السحب مع الإرجاع

$$\sigma^2_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma^2}{\text{ں}} \left(\frac{\text{ن} - \text{ں}}{\text{ن} - ١} \right) \qquad (٤-٣)$$

فى حالة السحب بدون إرجاع

ويسمى المقدار :

$$\text{ت . م . م} = \left(\frac{\text{ن} - \text{ں}}{\text{ن} - ١} \right) \qquad (٤-٤)$$

تصحيح المجتمع المحدود

وهذا المقدار يمكن إهماله إذا كان كسر المعاينة $\frac{\text{ں}}{\text{ن}}$ صغيرا (< ٠,١) ويعنى ذلك أيضا أنه يمكن إهماله إذا كان المجتمع كبيرا بدرجة غير محدودة .

ويسمى الانحراف المعيارى للمتوسط $\sigma_{\bar{x}}$ الخطأ المعيارى Standard error .

(٣) توزيع المعاينة للمتوسط الحسابى يتبع التوزيع الطبيعى إذا كان المجتمع الأصلى كذلك .

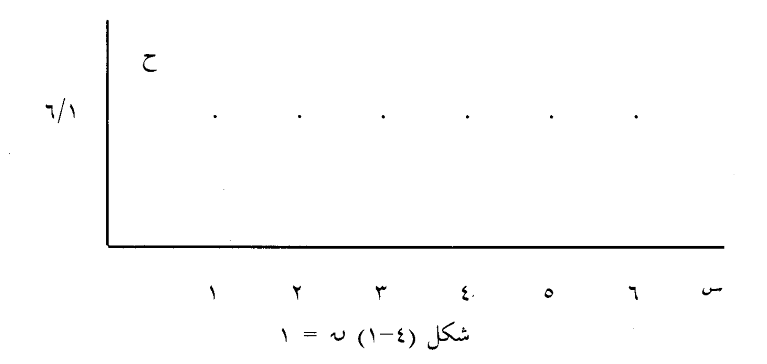
(٤) نظرية النهاية المركزية Central limit theorem :

مهما كان شكل توزيع المجتمع الأصلى فإن توزيع المعاينة للمتوسط الحسابى يؤول إلى التوزيع الطبيعى تدريجيا مع زيادة حجم العينة .

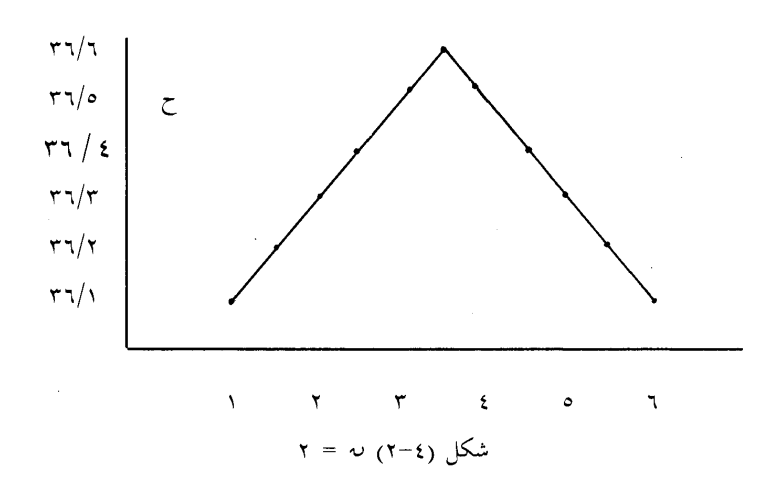
ويمكن القول أن حجم العينة ن ≥ ٣٠ يمكن اعتباره شرط كاف حتى يؤول توزيع المعاينة للمتوسط الحسابى إلى التوزيع الطبيعى .

وتعتبر نظرية النهاية المركزية من أهم النظريات الإحصائية . ولتوضيحها سنعرض فيما يلى شكلا لتوزيع المعاينة [حالة سحب عينة عشوائية بسيطة مع الإرجاع] وذلك فى ثلاث حالات باعتبار أن حجم العينة ن = ١ ، ٢ ، ٣ .

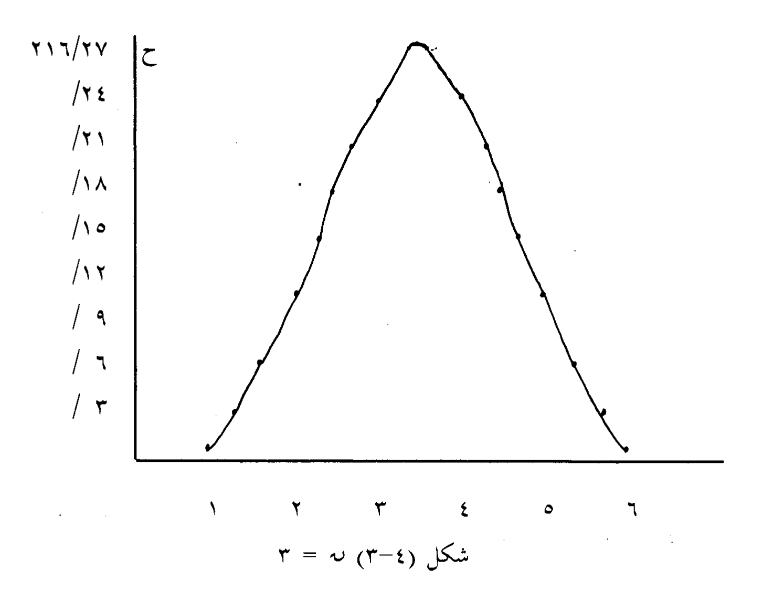
ويلاحظ على الشكل (٤-١) حيث ن = ١ أن التوزيع منتظم ــ وهذا هو شكل توزيع المجتمع الأصلى أيضا . والشكل (٤-٢) حيث زاد حجم العينة إلى ٢ بدأ يصبح التوزيع بقيمة واحدة فى الوسط . والشكل (٤-٣) يوضح اقتراب توزيع المعاينة من التوزيع الطبيعى .



شكل (٤-١) ن = ١



شكل (٤-٢) ن = ٢



شكل (٤-٣) ن = ٣

تطبيق (٤–١) عينة عشوائية حجمها ٥٠ تم سحبها من مجتمع انحرافه المعيارى ١٠ . أوجد تباين المتوسط فى حالة ما إذا كان حجم المجتمع ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، ١٠٠ ٠٠٠ ، وكذا فى حالة كون المجتمع كبير بدرجة غير محدودة ، وذلك فى كل من الحالتين :

ا ــ سحب العينة يتم بدون إرجاع

ب ــ سحب العينة يتم مع الإرجاع

ا ــ حالة السحب بدون إرجاع :

$$\sigma^2_{\bar{\text{س}}} = \frac{\sigma^2}{\text{ں}} \left(\frac{\text{ن} - \text{ں}}{\text{ن} - \text{١}} \right)$$

$$= \frac{\text{١٠٠}}{\text{٥٠}} \left(\frac{\text{ن} - \text{ں}}{\text{ن} - \text{١}} \right)$$

$$= \text{٢} \left(\frac{\text{ن} - \text{ں}}{\text{ن} - \text{١}} \right)$$

$$= \text{٢} \left(\frac{\text{١٠٠} - \text{٥٠}}{\text{١٠٠} - \text{١}} \right) = \text{١,٠١٠}$$

إذا كانت ن = ١٠٠

$$= \text{٢} \left(\frac{\text{١٠٠٠} - \text{٥٠}}{\text{١٠٠٠} - \text{١}} \right) = \text{١,٩١٠}$$

إذا كانت ن = ١٠٠٠

$$= \text{٢} \left(\frac{\text{١٠٠ ٠٠٠} - \text{٥٠}}{\text{١٠٠ ٠٠٠} - \text{١}} \right) = \text{١,٩٩٩}$$

إذا كانت ن = ١٠٠ ٠٠٠

ويلاحظ أنه كلما صغر كسر المعاينة يؤول $\sigma_{\bar{س}}^{2}$ إلى $\frac{\sigma^{2}}{ن}$.

ب ــ حالة السحب مع الإرجاع :

مهما يكن حجم المجتمع فإن :

$$\sigma_{\bar{س}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{ن} = \frac{١٠٠}{٥٠} = ٢$$

تطبيق (٤–٢)

مجتمع كبير يتبع التوزيع الطبيعى متوسطه $\bar{س}$ = ٥٠ وانحرافه المعيارى يساوى ١٥ . سحبت عينة حجمها ٢٥ والمطلوب :

١ ــ احتمال أن يكون متوسط العينة أكبر من ٥٥

٢ ــ احتمال أن لا يبعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع بنسبة ١٠٪

٣ ــ ما هى الحدود المركزية التى يقع بينها ٩٥٪ من قيم المتوسط الحسابى للعينة .

الحل : توزيع المعاينة للمتوسط الحسابى $\bar{س}$ يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط حسابى قدره $\bar{س}$ = ٥٠ وانحراف معيارى قدره :

$$\frac{\sigma}{\sqrt{ن}} = \frac{١٥}{\sqrt{٢٥}} = ٣$$

١ — ح (سَ > ٥٥) = ح (سَ > $\frac{\text{٥٥} - \text{٥٠}}{\text{٣}}$)

= ح (سَ > ١٫٦٦٦٧) = ٠٫٠٤٧

حيث سَ = $\frac{\bar{\text{س}} - \text{س}}{\sigma / \sqrt{\text{ن}}}$ هو المتغير الطبيعى المعيارى

٢ — ح (٥٥ > سَ > ٤٥)

= ح ($\frac{\text{٥٥} - \text{٥٠}}{\text{٣}}$ > سَ > $\frac{\text{٤٥} - \text{٥٠}}{\text{٣}}$)

= ح (١٫٦٦٧ > سَ > − ١٫٦٦٧)

= ٠٫٩٠٦

٣ — ح (١٫٩٦ > سَ > − ١٫٩٦) = ٠٫٩٥

ح (١٫٩٦ > $\frac{\bar{\text{س}} - \text{س}}{\sigma / \sqrt{\text{ن}}}$ > − ١٫٩٦) = ٠٫٩٥

ح [٥٠ + ١٫٩٦ (٣) > سَ > ٥٠ − ١٫٩٦ (٣)] = ٠٫٩٥

ح (٥٥٫٨ > سَ > ٤٤٫١) = ٠٫٩٥

أى أن الحدود المركزية هى (٥٥٫٨ ، ٤٤٫١)

تطبيق (٤-٣)

إذا علم أن توزيع درجات طلبة الثانوية العامة فى أحد المجتمعات يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط قدره ٦٠ درجة وتباين قدره ٥٧٦ . سحبت عينة عشوائية حجمها ٣٦ . أوجد احتمال أن يكون المتوسط الحسابى للعينة :

١ ـ أكبر من ٥٥

٢ ـ أكبر من ٦٥

٣ ـ بين ٥٠ ، ٥٥

٤ ـ بين ٥٠ ، ٦٥

الحل : σ = √٥٧٦ = ٢٤

σـسَ = σ / √ن = ٢٤ / √٣٦ = ٤

سَ يتبع التوزيع الطبيعى أيضا .

١ ـ ح (سَ > ٥٥) = ح (سَ > (٥٥ − ٦٠) / ٤)

= ح (سَ > − ١,٢٥) = ٠,٨٩٥

٢ ـ ح (سَ > ٦٥) = ح (سَ > ١,٢٥)

= ٠,١٠٥

٣ ـ ح (٥٥ > سَ > ٥٠) = ح (− ١,٢٥ > سَ > − ٢,٥)

= ٠,٠٩٩

٤ ـ ح (٦٥ > سَ > ٥٠) = ح (١,٢٥ > سَ > − ٢,٥)

= ٠,٨٨٩

(٤-٢-٣) التجريب :

هناك حالات معاينة يصعب فيها أو يستحيل إيجاد توزيع المعاينة سواء بالحصر الشامل أو باستخدام النظريات الإحصائية ، وذلك للعديد من الأسباب منها ما سبق ذكره . وفى مثل هذه الحالات يتم الحصول على توزيع المعاينة عن طريق التجربة ، وذلك بسحب عدد من العينات من المجتمع حسب تصميم المعاينة المقرر ، ويتم إعداد توزيع تكرارى نسبى بنتائج الإحصاء محل الدراسة ، ويمثل ذلك توزيع المعاينة المطلوب .

(٤-٣) تطبيقات أخرى

تطبيق (٤-٤) مجتمع كبير متوسطه ٧٥ والانحراف المعيـارى ١٣ ، سحبت عينة عشوائية بسيطة حجمها ٥١ . والمطلوب :

(١) احتمال أن يكون متوسط العينة أصغر من ٧٨

(٢) احتمال أن لا يبعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع بأكثر من ٤٪

الحل :

توزيع المعاينة طبيعى متوسطه $\bar{\bar{س}}$ = $\bar{س}$ = ٧٥ والانحراف المعيارى

$$\sigma_{\bar{س}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ن}} = \frac{١٣}{\sqrt{٥١}} = ١٫٨٢$$

(١) $ح(\bar{س} < ٧٨) = ح\left(س' < \frac{٧٨-٧٥}{١٫٨٢}\right)$

$= ح(س' < ١٫٦٥) = ٠٫٩٥$

(٢) $٧٥ \times \frac{٤}{١٠٠} = ٣$

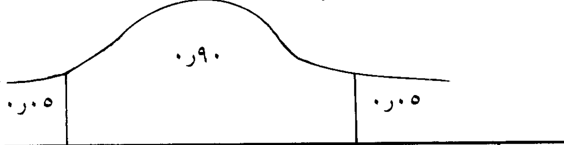
$ح(٧٢ < \bar{س} < ٧٥)$

$= ح(-١٫٦٥ < س' < ١٫٦٥)$

$= ح(س' < ١٫٦٥) - ح(س' < -١٫٦٥)$

$= ٠٫٩٥ - [١ - ح(س' < ١٫٦٥)]$

$= ٠٫٩٥ - ١ + ٠٫٩٥ = ٠٫٩٠$



تطبيق (٤-٥) بفرض أن البيانات كما فى التطبيق السابق . أوجد الحدود المركزية التى يقع بينها ٩٠٪ من قيم المتوسط الحسابى للعينة .

الحل :

عند ح = ٩٥ر٠ تجد أن س/ = ٦٥ر١

$\text{س}/ = \frac{\bar{\text{س}} - \bar{\bar{\text{س}}}}{\sigma_{\bar{\text{س}}}}$ أى أن $١٫٦٥ = \frac{\bar{\text{س}} - ٧٥}{١٫٨٢}$ أى أن $\bar{\text{س}} = ٧٨$

وهذا هو الحد الأعلى . وبالمثل نحصل على الحد الأدنى :

$- ١٫٦٥ = \frac{\bar{\text{س}} - ٧٥}{١٫٨٢}$ أى أن $\bar{\text{س}} = ٧٢$

تطبيق (٤-٦) يراد سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٢ بدون إرجاع من المجتمع . {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩} والمطلوب :

(١) عرض توزيع المعاينة للمتوسط الحسابى .

(٢) احتمال أن يقع المتوسط الحسابى للعينة بين ٣ ، ٥ .

(٣) احتمال أن لا يبعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع بأكثر من ٢٠٪ .

الحل :

	١	٣	٥	٧	٩
١		٢	٣	٤	٥
٣			٤	٥	٦
٥				٦	٧
٧					٨
٩					

توزيع المعاينة

$\bar{\text{س}}$	ح
٢	١٠/١
٣	١٠/١
٤	١٠/٢
٥	١٠/٢
٦	١٠/٢
٧	١٠/١
٨	١٠/١

(٢) ح (٧ ≥ $\bar{\text{س}}$ ≥ ٣) = ٨ر٠

(٣) متوسط المجتمع $\bar{\bar{\text{س}}}$ = ٥

$٥ \times \frac{٢٠}{١٠٠} = ١$

ح (٦ ≥ $\bar{\text{س}}$ ≥ ٤) = ٦ر٠



ملحق : الجداول الإحصائية

١ ــ أعداد عشوائية

٢ ــ التوزيع الطبيعى المعيارى

٣ ــ توزيع ت

٤ ــ توزيع ف

٥ ــ توزيع كا^{٢}

٦ ــ التوزيع الهيبرجيومترى

٧ ــ توزيع ذى الحدين

٨ ــ توزيع بواسون



جدول (١)

أعداد عشوائية

Random numbers

	(٥-١)	(١٠-٦)	(١٥-١١)	(٢٠-١٦)	(٢٥-٢١)	(٣٠-٢٦)	(٣٥-٣١)	(٤٠-٣٦)	(٤٥-٤١)	(٥٠-٤٦)
(١)	٤٩٤٨٧	٥٢٨٠٢	٢٨٦٦٧	٦٢٠٥٨	٨٧٨٢٢	١٤٧٠٤	١٨٥١٩	١٧٨٨٩	٤٥٨٦٩	١٤٤٥٤
(٢)	٢٩٤٨٠	٩١٥٣٩	٤٦٣١٧	٨٤٨٠٣	٨٦٠٥٦	٦٢٨١٢	٣٣٥٨٤	٧٠٣٩١	٧٧٧٤٩	٦٤٩٠٦
(٣)	٢٥٢٥٢	٩٧٧٣٨	٢٣٩٠١	١١١٠٦	٨٦٨٦٤	٥٥٨٠٨	٢٢٥٥٧	٢٣٢١٤	١٥٠٢١	٥٤٢٦٨
(٤)	٠٢٤٣١	٤٢١٩٣	٩٦٩٦٠	١٩٦٢٠	٢٩١٨٨	٠٥٨٦٣	٩٢٩٠٠	٠٦٨٣٦	١٣٤٣٣	٢١٧٠٩
(٥)	٦٩٤١٤	٨٩٣٥٣	٧٠٧٢٤	٦٧٨٩٣	٢٣٢١٨	٧٢٤٥٢	٠٣٠٩٥	٦٨٣٣٣	١٣٧٥١	٣٧٢٦٠
(٦)	٧٧٢٨٥	٣٥١٧٩	٩٢٠٤٢	٦٧٥٨١	٦٧٦٧٣	٦٨٣٧٤	٧١١١٥	٩٨١٦٦	٤٣٣٥٢	٠٦٤١٤
(٧)	٥٢٨٥٢	١١٤٤٤	٧١٨٦٨	٣٤٥٣٤	٦٩١٢٤	٠٢٧٦٠	٠٦٤٠٦	٩٥٢٣٤	٨٧٩٩٥	٧٨٥٦٠
(٨)	٩٨٧٤٠	٩٨٠٥٤	٣٠١٩٥	٠٩٨٩١	١٨٤٥٣	٧٩٤٦٤	٠١١٥٦	٩٥٥٢٢	٠٦٨٨٤	٥٥٠٧٣
(٩)	٨٥٠٢٢	٥٨٧٣٦	١٢١٣٨	٣٥١٤٦	٦٢٠٨٥	٣٦١٧٠	٢٥٤٣٣	٨٠٧٨٧	٩٦٤٩٦	٤٠٥٧٩
(١٠)	١٧٧٧٨	٠٣٨٤٠	٢١٦٣٦	٥٦٢٦٩	٠٨١٤٩	١٩٠٠١	٦٧٣٦٧	١٣١٣٨	٠٢٤٠٠	٨٩٥١٥
(١١)	٨١٨٣٣	٩٣٤٤٩	٥٧٧٨١	٩٤٦٢١	٩٠٩٩٨	٣٧٥٦١	٥٩٦٨٨	٩٣٢٩٩	٢٧٧٢٦	٨٢١٦٧
(١٢)	٦٣٧٨٩	٥٤٩٥٨	٣٣١٦٧	١٠٩٠٩	٤٠٣٤٣	٨١٠٢٣	٦١٥٩٠	٤٤٤٧٤	٣٩٨١٠	١٠٣٠٥
(١٣)	٦١٨٤٠	٨١٧٤٠	٦٠٩٨٦	١٢٤٩٨	٧١٥٤٦	٤٢٢٤٩	١٣٨١٢	٥٩٩٠٢	٢٧٨٦٤	٢١٨٠٩
(١٤)	٤٧٢٤٣	١٠١٥٣	٢٠٨٩١	٩٠٨٨٣	١٥٧٨٢	٩٨١٦٧	٨٦٨٣٧	٩٩١٦٦	٩٢١٤٣	٨٢٤٤١
(١٥)	٤٥٢٣٦	٠٩١٢٩	٥٣٠٣١	١٢٢٦٠	٠١٢٧٨	١٤٤٠٤	٤٠٩٦٩	٣٣٤١٩	١٤١٨٨	٦٩٥٥٧
(١٦)	٤٠٣٣٨	٤٢٤٧٧	٧٨٨٠٤	٣٦٢٧٢	٧٢٠٥٣	٠٧٩٥٨	٦٧١٥٨	٦٠٩٦٩	٧٩٨٩١	٩٢٤٠٩
(١٧)	٥٤٠٤٠	٧١٢٥٣	٨٨٧٨٩	٩٨٢٠٣	٥٤٩٩٩	٩٦٥٦٤	٠٠٧٨٩	٦٨٨٧٩	٤٧١٣٤	٨٣٩٤١
(١٨)	٤٩١٥٨	٢٠٩٠٨	٤٤٨٥٩	٢٩٠٨٩	٧٦١٣٠	٥١٤٤٢	٣٤٤٥٣	٩٨٥٩٠	٣٧٣٥٣	٦١١٣٧
(١٩)	٨٠٩٥٨	٠٣٨٠٨	٨٣٦٥٥	١٨٤١٥	٩٦٥٦٣	٤٣٥٨٢	٨٢٢٠٧	٥٣٣٢٢	٣٠٤١٩	٦٤٤٣٥
(٢٠)	٠٧٦٣٦	٠٤٨٧٦	٦١٠٦٣	٥٧٥٧١	٦٩٤٣٤	١٤٩٦٥	٢٠٩١١	٧٣١٦٢	٣٣٥٧٦	٥٢٨٣٩

جدول (٢)

التوزيع الطبيعي المعياري

Standard normal distribution

الجدول يعرض المساحة (حـ) الموضحة بالجزء المظلل أى أن

ح.[ط ≥ ط (حـ)] = حـ

ويعرض الجدول الإحداثى (أ) عند

قيمة المتغير ط

العلامة العشرية لم توضع ، ويراعى قسمة القيم على ١٠٠٠٠

ط	حـ	أ	ط	حـ	أ
,٠٠	٥٠٠٠	٣٩٨٩	٠,١٦	٥٦٣٦	٣٩٣٩
٠,٠١	٥٠٤٠	٣٩٨٩	٠,١٧	٥٦٧٥	٣٩٣٢
٠,٠٢	٥٠٨٠	٣٩٨٩	٠,١٨	٥٧١٤	٣٩٢٥
٠,٠٣	٥١٢٠	٣٩٨٨	٠,١٩	٥٧٥٣	٣٩١٨
٠,٠٤	٥١٦٠	٣٩٨٦	٠,٢٠	٥٧٩٣	٣٩١٠
٠,٠٥	٥١٩٩	٣٩٨٤	٠,٢١	٥٨٣٢	٣٩٠٢
٠,٠٦	٥٢٣٩	٣٩٨٢	٠,٢٢	٥٨٧١	٣٨٩٤
٠,٠٧	٥٢٧٩	٣٩٨٠	٠,٢٣	٥٩١٠	٣٨٨٥
٠,٠٨	٥٣١٩	٣٩٧٧	٠,٢٤	٥٩٤٨	٣٨٧٦
٠,٠٩	٥٣٥٩	٣٩٧٣	٠,٢٥	٥٩٨٧	٣٨٦٧
٠,١٠	٥٣٩٨	٣٩٧٠	٠,٢٦	٦٠٢٦	٣٨٥٧
٠,١١	٥٤٣٨	٣٩٦٥	٠,٢٧	٦٠٦٤	٣٨٤٧
٠,١٢	٥٤٧٨	٣٩٦١	٠,٢٨	٦١٠٣	٣٨٣٦
٠,١٣	٥٥١٧	٣٩٥٦	٠,٢٩	٦١٤١	٣٨٢٥
٠,١٤	٥٥٥٧	٣٩٥١	٠,٣٠	٦١٧٩	٣٨١٤
٠,١٥	٥٥٩٦	٣٩٤٥	٠,٣١	٦٢١٧	٣٨٠٢

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٠,٣٢	٦٢٥٥	٣٧٩٠	٠,٥٤	٧٠٥٤	٣٤٤٨
٠,٣٣	٦٢٩٣	٣٧٧٨	٠,٥٥	٧٠٨٨	٣٤٢٩
٠,٣٤	٦٣٣١	٣٧٦٥	٠,٥٦	٧١٢٣	٣٤١٠
٠,٣٥	٦٣٦٨	٣٧٥٢	٠,٥٧	٧١٥٧	٣٣٩١
٠,٣٦	٦٤٠٦	٣٧٣٩	٠,٥٨	٧١٩٠	٣٣٧٢
٠,٣٧	٦٤٤٣	٣٧٢٥	٠,٥٩	٧٢٢٤	٣٣٥٢
٠,٣٨	٦٤٨٠	٣٧١٢	٠,٦٠	٧٢٥٧	٣٣٣٢
٠,٣٩	٦٥١٧	٣٦٩٧	٠,٦١	٧٢٩١	٣٣١٢
٠,٤٠	٦٥٥٤	٣٦٨٣	٠,٦٢	٧٣٢٤	٣٢٩٢
٠,٤١	٦٥٩١	٣٦٦٨	٠,٦٣	٧٣٥٧	٣٢٧١
٠,٤٢	٦٦٢٨	٣٦٥٣	٠,٦٤	٧٣٨٩	٣٢٥١
٠,٤٣	٦٦٦٤	٣٦٣٧	٠,٦٥	٧٤٢٢	٣٢٣٠
٠,٤٤	٦٧٠٠	٣٦٢١	٠,٦٦	٧٤٥٤	٣٢٠٩
٠,٤٥	٦٧٣٦	٣٦٠٥	٠,٦٧	٧٤٨٦	٣١٨٧
٠,٤٦	٦٧٧٢	٣٥٨٩	٠,٦٨	٧٥١٧	٣١٦٦
٠,٤٧	٦٨٠٨	٣٥٧٢	٠,٦٩	٧٥٤٩	٣١٤٤
٠,٤٨	٦٨٤٤	٣٥٥٥	٠,٧٠	٧٥٨٠	٣١٢٣
٠,٤٩	٦٨٧٩	٣٥٣٨	٠,٧١	٧٦١١	٣١٠١
٠,٥٠	٦٩١٥	٣٥٢١	٠,٧٢	٧٦٤٢	٣٠٧٩
٠,٥١	٦٩٥٠	٣٥٠٣	٠,٧٣	٧٦٧٣	٣٠٥٦
٠,٥٢	٦٩٨٥	٣٤٨٥	٠,٧٤	٧٧٠٤	٣٠٣٤
٠,٥٣	٧٠١٩	٣٤٦٧	٠,٧٥	٧٧٣٤	٣٠١١

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	حـ	ا	ط	حـ	ا
٠,٧٦	٧٧٦٤	٢٩٨٩	٠,٩٨	٨٣٦٥	٢٤٦٨
٧٧	٧٧٩٤	٢٩٦٦	,٩٩	٨٣٨٩	٢٤٤٤
٧٨	٧٨٢٣	٢٩٤٣	١,٠٠	٨٤١٣	٢٤٢٠
٧٩	٧٨٥٢	٢٩٢٠	١,٠١	٨٤٣٨	٢٣٩٦
٨٠	٧٨٨١	٢٨٩٧	١,٠٢	٨٤٦١	٢٣٧١
٨١	٧٩١٠	٢٨٧٤	١,٠٣	٨٤٨٥	٢٣٤٧
٨٢	٧٩٣٩	٢٨٥٠	١,٠٤	٨٥٠٨	٢٣٢٣
٨٣	٧٩٦٧	٢٨٢٧	١,٠٥	٨٥٣١	٢٢٩٩
٨٤	٧٩٩٥	٢٨٠٣	١,٠٦	٨٥٥٤	٢٢٧٥
٨٥	٨٠٢٣	٢٧٨٠	١,٠٧	٨٥٧٧	٢٢٥١
٨٦	٨٠٥١	٢٧٥٦	١,٠٨	٨٥٩٩	٢٢٢٧
٨٧	٨٠٧٨	٢٧٣٢	١,٠٩	٨٦٢١	٢٢٠٣
٨٨	٨١٠٦	٢٧٠٩	١,١٠	٨٦٤٣	٢١٧٩
٨٩	٨١٣٣	٢٦٨٥	١١	٨٦٦٥	٢١٥٥
٩٠	٨١٥٩	٢٦٦١	١٢	٨٦٨٦	٢١٣١
٩١	٨١٨٦	٢٦٣٧	١٣	٨٧٠٨	٢١٠٧
٩٢	٨٢١٢	٢٦١٣	١٤	٨٧٢٩	٢٠٨٣
٩٣	٨٢٣٨	٢٥٨٩	١٥	٨٧٤٩	٢٠٥٩
٩٤	٨٢٦٤	٢٥٦٥	١٦	٨٧٧٠	٢٠٣٦
٩٥	٨٢٨٩	٢٥٤١	١٧	٨٧٩٠	٢٠١٢
٩٦	٨٣١٥	٢٥١٦	١٨	٨٨١٠	١٩٨٩
٠,٩٧	٨٣٤٠	٢٤٩٢	١,١٩	٨٨٣٠	١٩٦٥

تابع جدول (٢)

التوزيع الطبيعي المعياري

ط	ح	ا	ط	ح	ا
١,٢٠	٨٨٤٩	١٩٤٢	١,٤٢	٩٢٢٢	١٤٥٦
٢١	٨٨٦٩	١٩١٩	٤٣	٩٢٣٦	١٤٣٥
٢٢	٨٨٨٨	١٨٩٥	٤٤	٩٢٥١	١٤١٥
٢٣	٨٩٠٧	١٨٧٢	٤٥	٩٢٦٥	١٣٩٤
٢٤	٨٩٢٥	١٨٤٩	٤٦	٩٢٧٩	١٣٧٤
٢٥	٨٩٤٤	١٨٢٦	٤٧	٩٢٩٢	١٣٥٤
٢٦	٨٩٦٢	١٨٠٤	٤٨	٩٣٠٦	١٣٣٤
٢٧	٨٩٨٠	١٧٨١	٤٩	٩٣١٩	١٣١٥
٢٨	٨٩٩٧	١٧٥٨	٥٠	٩٣٣٢	١٢٩٥
٢٩	٩٠١٥	١٧٣٦	٥١	٩٣٤٥	١٢٧٦
٣٠	٩٠٣٢	١٧١٤	٥٢	٩٣٥٧	١٢٥٧
٣١	٩٠٤٩	١٦٩١	٥٣	٩٣٧٠	١٢٣٨
٣٢	٩٠٦٦	١٦٦٩	٥٤	٩٣٨٢	١٢١٩
٣٣	٩٠٨٢	١٦٤٧	٥٥	٩٣٩٤	١٢٠٠
٣٤	٩٠٩٩	١٦٢٦	٥٦	٩٤٠٦	١١٨٢
٣٥	٩١١٥	١٦٠٤	٥٧	٩٤١٨	١١٦٣
٣٦	٩١٣١	١٥٨٢	٥٨	٩٤٢٩	١١٤٥
٣٧	٩١٤٧	١٥٦١	٥٩	٩٤٤١	١١٢٧
٣٨	٩١٦٢	١٥٣٩	٦٠	٩٤٥٢	١١٠٩
٣٩	٩١٧٧	١٥١٨	٦١	٩٤٦٣	١٠٩٢
٤٠	٩١٩٢	١٤٩٧	٦٢	٩٤٧٤	١٠٧٤
١,٤١	٩٢٠٧	١٤٧٦	١,٦٣	٩٤٨٤	١٠٥٧

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	أ	ط	ح	أ
١,٦٤	٩٤٩٥	١٠٤٠	١,٨٦	٩٦٨٦	٠٧٠٧
٦٥	٩٥٠٥	١٠٢٣	٨٧	٩٦٩٣	٠٦٩٤
٦٦	٩٥١٥	١٠٠٦	٨٨	٩٦٩٩	٠٦٨١
٦٧	٩٥٢٥	٠٩٨٩	٨٩	٩٧٠٦	٠٦٦٩
٦٨	٩٥٣٥	٠٩٧٣	٩٠	٩٧١٣	٠٦٥٦
٦٩	٩٥٤٥	٠٩٥٧	٩١	٩٧١٩	٠٦٤٤
٧٠	٩٥٥٤	٠٩٤٠	٩٢	٩٧٢٦	٠٦٣٢
٧١	٩٥٦٤	٠٩٢٥	٩٣	٩٧٣٢	٠٦٢٠
٧٢	٩٥٧٣	٠٩٠٩	٩٤	٩٧٣٨	٠٦٠٨
٧٣	٩٥٨٢	٠٨٩٣	٩٥	٩٧٤٤	٠٥٩٦
٧٤	٩٥٩١	٠٨٧٨	٩٦	٩٧٥٠	٠٥٨٤
٧٥	٩٥٩٩	٠٨٦٣	٩٧	٩٧٥٦	٠٥٧٣
٧٦	٩٦٠٨	٠٨٤٨	٩٨	٩٧٦١	٠٥٦٢
٧٧	٩٦١٦	٠٨٣٣	٩٩	٩٧٦٧	٠٥٥١
٧٨	٩٦٢٥	٠٨١٨	٢,٠٠	٩٧٧٢	٠٥٤٠
٧٩	٩٦٣٣	٠٨٠٤	٢,٠١	٩٧٧٨	٠٥٢٩
٨٠	٩٦٤١	٠٧٩٠	٢,٠٢	٩٧٨٣	٠٥١٩
٨١	٩٦٤٩	٠٧٧٥	٢,٠٣	٩٧٨٨	٠٥٠٨
٨٢	٩٦٥٦	٠٧٦١	٢,٠٤	٩٧٩٣	٠٤٩٨
٨٣	٩٦٦٤	٠٧٤٨	٢,٠٥	٩٧٩٨	٠٤٨٨
٨٤	٩٦٧١	٠٧٣٤	٢,٠٦	٩٨٠٣	٠٤٧٨
١,٨٥	٩٦٧٨	٠٧٢١	٢,٠٧	٩٨٠٨	٠٤٦٨

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٢,٠٨	٩٨١٢	٠٤٥٩	٢,٣٠	٩٨٩٣	٠٢٨٣
٩	٩٨١٧	٠٤٤٩	٣١	٩٨٩٦	٠٢٧٧
١٠	٩٨٢١	٠٤٤٠	٣٢	٩٨٩٨	٠٢٧٠
١١	٩٨٢٦	٠٤٣١	٣٣	٩٩٠١	٠٢٦٤
١٢	٩٨٣٠	٠٤٢٢	٣٤	٩٩٠٤	٠٢٥٨
١٣	٩٨٣٤	٠٤١٣	٣٥	٩٩٠٦	٠٢٥٢
١٤	٩٨٣٨	٠٤٠٤	٣٦	٩٩٠٩	٠٢٤٦
١٥	٩٨٤٢	٠٣٩٦	٣٧	٩٩١١	٠٢٤١
١٦	٩٨٤٦	٠٣٨٧	٣٨	٩٩١٣	٠٢٣٥
١٧	٩٨٥٠	٠٣٧٩	٣٩	٩٩١٦	٠٢٢٩
١٨	٩٨٥٤	٠٣٧١	٤٠	٩٩١٨	٠٢٢٤
١٩	٩٨٥٧	٠٣٦٣	٤١	٩٩٢٠	٠٢١٩
٢٠	٩٨٦١	٠٣٥٥	٤٢	٩٩٢٢	٠٢١٣
٢١	٩٨٦٤	٠٣٤٧	٤٣	٩٩٢٥	٠٢٠٨
٢٢	٩٨٦٨	٠٣٣٩	٤٤	٩٩٢٧	٠٢٠٣
٢٣	٩٨٧١	٠٣٣٢	٤٥	٩٩٢٩	٠١٩٨
٢٤	٩٨٧٥	٠٣٢٥	٤٦	٩٩٣١	٠١٩٤
٢٥	٩٨٧٨	٠٣١٧	٤٧	٩٩٣٢	٠١٨٩
٢٦	٩٨٨١	٠٣١٠	٤٨	٩٩٣٤	٠١٨٤
٢٧	٩٨٨٤	٠٣٠٣	٤٩	٩٩٣٦	٠١٨٠
٢٨	٩٨٨٧	٠٢٩٧	٥٠	٩٩٣٨	٠١٧٥
٢,٢٩	٩٨٩٠	٠٢٩٠	٢,٥١	٩٩٤٠	٠١٧١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعي المعيارى

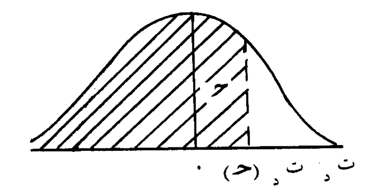
ط	حـ	ا	ط	حـ	ا
٢,٥٢	٩٩٤١	٠١٦٧	٢,٧٤	٩٩٦٩	٠٠٩٣
٥٣	٩٩٤٣	٠١٦٣	٧٥	٩٩٧٠	٠٠٩١
٥٤	٩٩٤٥	٠١٥٨	٧٦	٩٩٧١	٠٠٨٨
٥٥	٩٩٤٦	٠١٥٤	٧٧	٩٩٧٢	٠٠٨٦
٥٦	٩٩٤٨	٠١٥١	٧٨	٩٩٧٣	٠٠٨٤
٥٧	٩٩٤٩	٠١٤٧	٧٩	٩٩٧٤	٠٠٨١
٥٨	٩٩٥١	٠١٤٣	٨٠	٩٩٧٤	٠٠٧٩
٥٩	٩٩٥٢	٠١٣٩	٨١	٩٩٧٥	٠٠٧٧
٦٠	٩٩٥٣	٠١٣٦	٨٢	٩٩٧٦	٠٠٧٥
٦١	٩٩٥٥	٠١٣٢	٨٣	٩٩٧٧	٠٠٧٣
٦٢	٩٩٥٦	٠١٢٩	٨٤	٩٩٧٧	٠٠٧١
٦٣	٩٩٥٧	٠١٢٦	٨٥	٩٩٧٨	٠٠٦٩
٦٤	٩٩٥٩	٠١٢٢	٨٦	٩٩٧٩	٠٠٦٧
٦٥	٩٩٦٠	٠١١٩	٨٧	٩٩٧٩	٠٠٦٥
٦٦	٩٩٦١	٠١١٦	٨٨	٩٩٨٠	٠٠٦٣
٦٧	٩٩٦٢	٠١١٣	٨٩	٩٩٨١	٠٠٦١
٦٨	٩٩٦٣	٠١١٠	٩٠	٩٩٨١	٠٠٦٠
٦٩	٩٩٦٤	٠١٠٧	٩١	٩٩٨٢	٠٠٥٨
٧٠	٩٩٦٥	٠١٠٤	٩٢	٩٩٨٢	٠٠٥٦
٧١	٩٩٦٦	٠١٠١	٩٣	٩٩٨٣	٠٠٥٥
٧٢	٩٩٦٧	٠٠٩٩	٩٤	٩٩٨٤	٠٠٥٣
٢,٧٣	٩٩٦٨	٠٠٩٦	٢,٩٥	٩٩٨٤	٠٠٥١

تابع جدول (٢)
التوزيع الطبيعى المعيارى

ط	ح	ا	ط	ح	ا
٢,٩٦	٩٩٨٥	٠٠٥٠	٣,١٨	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٧	٩٩٨٥	٠٠٤٨	٣,١٩	٩٩٩٣	٠٠٢٥
٩٨	٩٩٨٦	٠٠٤٧	٣,٢٠	٩٩٩٣	٠٠٢٤
٩٩	٩٩٨٦	٠٠٤٦	٣,٣٠	٩٩٩٥	٠٠١٧
٣,٠٠	٩٩٨٧	٠٠٤٤	٣,٤٠	٩٩٩٧	٠٠١٢
٣,٠١	٩٩٨٧	٠٠٤٣	٣,٥٠	٩٩٩٨	٠٠٠٩
٢	٩٩٨٧	٠٠٤٢	٣,٦٠	٩٩٩٨	٠٠٠٦
٣	٩٩٨٨	٠٠٤٠	٣,٧٠	٩٩٩٩	٠٠٠٤
٤	٩٩٨٨	٠٠٣٩			
٥	٩٩٨٩	٠٠٣٨			
٦	٩٩٨٩	٠٠٣٧			
٧	٩٩٨٩	٠٠٣٦			
٨	٩٩٩٠	٠٠٣٥			
٩	٩٩٩٠	٠٠٣٤			
١٠	٩٩٩٠	٠٠٣٣			
١١	٩٩٩١	٠٠٣٢			
١٢	٩٩٩١	٠٠٣١			
١٣	٩٩٩١	٠٠٣٠			
١٤	٩٩٩٢	٠٠٢٩			
١٥	٩٩٩٢	٠٠٢٨			
١٦	٩٩٩٢	٠٠٢٧			
٣,١٧	٩٩٩٢	٠٠٢٦			

جدول (٣)

توزيع « ت » T - distribution



القيمة بالجدول = $ت_د$ (ح) ، حيث ح [$ت_د$ < $ت_د$ (ح)] = ح .

$ت_د$ (١ − ح) = − $ت_د$ (ح)

د / ح	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥
١	٦٣٦,٦	٣١٨,٣	٦٣,٦٦	٣١,٨٢	١٢,٧١	٦,٣١٤	٣,٠٧٨	١,٠٠٠٠
٢	٣١,٦	٢٢,٣	٩,٩٢٥	٦,٩٦٥	٤,٣٠٣	٢,٩٢٠	١,٨٨٦	٠,٨١٦٥
٣	١٢,٩٤	١٠,٢٢	٥,٨٤١	٤,٥٤١	٣,١٨٢	٢,٣٥٣	١,٦٣٨	٠,٧٦٤٩
٤	٨,٦١٠	٧,١٧٣	٤,٦٠٤	٣,٧٤٧	٢,٧٧٦	٢,١٣٢	١,٥٣٣	٠,٧٤٠٧
٥	٦,٨٥٩	٥,٨٩٣	٤,٠٣٢	٣,٣٦٥	٢,٥٧١	٢,٠١٥	١,٤٧٦	٠,٧٢٦٧
٦	٥,٩٥٩	٥,٢٠٨	٣,٧٠٧	٣,١٤٣	٢,٤٤٧	١,٩٤٣	١,٤٤٠	٠,٧١٧٦
٧	٥,٤٠٥	٤,٧٨٥	٣,٤٩٩	٢,٩٩٨	٢,٣٦٥	١,٨٩٥	١,٤١٥	٠,٧١١١
٨	٥,٠٤١	٤,٥٠١	٣,٣٥٥	٢,٨٩٦	٢,٣٠٦	١,٨٦٠	١,٣٩٧	٠,٧٠٦٤
٩	٤,٧٨١	٤,٢٩٧	٣,٢٥٠	٢,٨٢١	٢,٢٦٢	١,٨٣٣	١,٣٨٣	٠,٧٠٢٧
١٠	٤,٥٨٧	٤,١٤٤	٣,١٦٩	٢,٧٦٤	٢,٢٢٨	١,٨١٢	١,٣٧٢	٠,٦٩٩٨
١١	٤,٤٣٧	٤,٠٢٥	٣,١٠٦	٢,٧١٨	٢,٢٠١	١,٧٩٦	١,٣٦٣	٠,٦٩٧٤
١٢	٤,٣١٨	٣,٩٣٠	٣,٠٥٥	٢,٦٨١	٢,١٧٩	١,٧٨٢	١,٣٥٦	٠,٦٩٥٥
١٣	٤,٢٢١	٣,٨٥٢	٣,٠١٢	٢,٦٥٠	٢,١٦٠	١,٧٧١	١,٣٥٠	٠,٦٩٣٨
١٤	٤,١٤٠	٣,٧٨٧	٢,٩٧٧	٢,٦٢٤	٢,١٤٥	١,٧٦١	١,٣٤٥	٠,٦٩٢٤
١٥	٤,٠٧٣	٣,٧٣٣	٢,٩٤٧	٢,٦٠٢	٢,١٣١	١,٧٥٣	١,٣٤١	٠,٦٩١٢
١٦	٤,٠١٥	٣,٦٨٦	٢,٩٢١	٢,٥٨٣	٢,١٢٠	١,٧٤٦	١,٣٣٧	٠,٦٩٠١
١٧	٣,٩٦٥	٣,٦٤٦	٢,٨٩٨	٢,٥٦٧	٢,١١٠	١,٧٤٠	١,٣٣٣	٠,٦٨٩٢
١٨	٣,٩٢٢	٣,٦١١	٢,٨٧٨	٢,٥٥٢	٢,١٠١	١,٧٣٤	١,٣٣٠	٠,٦٨٨٤

تابع جدول (٣)

توزيع « ت »

د / ح	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩٠	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥
١٩	٠٣,٨٨٣	٣,٥٧٩	٢,٨٦١	٢,٥٣٩	٢,٠٩٣	١,٧٢٩	١,٣٢٨	٠,٦٨٧٦
٢٠	٣,٨٥٠	٣,٥٥٢	٢,٨٤٥	٢,٥٢٨	٢,٠٨٦	١,٧٢٥	١,٣٢٥	٠,٦٨٧٠
٢١	٣,٨١٩	٣,٥٢٧	٢,٨٣١	٢,٥١٨	٢,٠٨٠	١,٧٢٩	١,٣٢٣	٠,٦٨٦٤
٢٢	٣,٧٩٢	٣,٥٠٥	٢,٨١٩	٢,٥٠٨	٢,٠٧٤	١,٧١٧	١,٣٢١	٠,٦٨٥٨
٢٣	٣,٧٦٧	٣,٤٨٥	٢,٨٠٧	٢,٥٠٠	٢,٠٦٩	١,٧١٤	١,٣١٩	٠,٦٨٥٣
٢٤	٣,٧٤٥	٣,٤٦٧	٢,٧٩٧	٢,٤٩٢	٢,٠٦٤	١,٧١١	١,٣١٨	٠,٦٨٤٨
٢٥	٣,٧٢٥	٣,٤٥٠	٢,٧٨٧	٢,٤٨٥	٢,٠٦٠	١,٧٠٨	١,٣١٦	٠,٦٨٤٤
٢٦	٣,٧٠٧	٣,٤٣٥	٢,٧٧٩	٢,٤٧٩	٢,٠٥٦	١,٧٠٦	١,٣١٥	٠,٦٨٤٠
٢٧	٣,٦٩٠	٣,٤٢١	٢,٧٧١	٢,٤٧٣	٢,٠٥٢	١,٧٠٣	١,٣١٤	٠,٦٨٣٧
٢٨	٣,٦٧٤	٣,٤٠٨	٢,٧٦٣	٢,٤٦٧	٢,٠٤٨	١,٧٠١	١,٣١٣	٠,٦٨٣٤
٢٩	٣,٦٥٩	٣,٣٩٦	٢,٧٥٦	٢,٤٦٢	٢,٠٤٥	١,٦٩٩	١,٣١١	٠,٦٨٣٠
٣٠	٣,٦٤٦	٣,٣٨٥	٢,٧٥٠	٢.٤٥٧	٢,٠٤٢	١,٦٩٧	١,٣١٠	٠,٦٨٢٨
٤٠	٣,٥٥١	٣,٣٠٧	٢,٧٠٤	٢,٤٢٣	٢,٠٢١	١,٦٨٤	١,٣٠٣	٠,٦٨٠٧
٥٠	٣,٤٩٥	٣,٢٦٢	٢,٦٧٨	٢,٤٠٣	٢,٠٠٩	١,٦٧٦	١,٢٩٨	٠,٦٧٩٤
٦٠	٣,٤٦٠	٣,٢٣٢	٢,٦٦٠	٢,٣٩٠	٢,٠٠٠	١,٦٧١	١,٢٩٦	٠,٦٧٨٦
٧٠	٣,٤٣٥	٣,٢١١	٢,٦٤٨	٢,٣٨١	١,٩٩٤	١,٦٦٧	١,٢٩٤	٠,٦٧٨٠
٨٠	٢,٤١٦	١,١٩٥	٢,٦٣٩	٢,٣٧٤	١,٩٩٠	١,٦٦٤	١,٢٩٢	٠,٦٧٧٦
٩٠	٣,٤٠٤٩	٣,١٨٣	٢,٦٣٢	٢,٣٦٩	١,٩٨٧	١,٦٦٢	١,٢٩١	٠,٦٧٧٢
١٠٠	٣,٣٨٩	٣,١٧٤	٢,٦٢٦	٢,٣٦٥	١,٩٨٤	١,٦٦٠	١,٢٩٠	٠,٦٧٧٠
∞	٣,٢٩١	٣,٠٩٠	٢,٥٧٦	٢,٣٢٦	١,٩٦٠	١,٦٤٥	١,٨٢	٠,٦٧٤٥

جدول (٤)

توزيع « ف » F - distribution

القيم بالجدول هى قيم $\text{ف}_{\text{د}_1 ، \text{د}_2}$ (ح)، حيث

$$\text{ح} \left(\text{ف}_{\text{د}_1 ، \text{د}_2} < \text{ف}_{\text{د}_1 ، \text{د}_2} (\text{ح}) \right) = \text{ح}$$

القيم المتعلقة بالاحتمالات (ح) الغير موضحة بالجدول يمكن إيجادها باستخدام العلاقة

$$\text{ف}_{\text{د}_1 ، \text{د}_2} (\text{ح}) = 1 / \text{ف}_{\text{د}_2 ، \text{د}_1} (1 - \text{ح})$$

للعينات ذات الحجم الكبير (أكبر من ٣٠)، يمكن الحصول على قيم ف بدقة كبيرة باستخدام الصيغة التقريبية التالية :

$$\text{لو ف}_{\text{د}_1 ، \text{د}_2} (\text{ح}) \approx \left(\frac{\text{أ}}{\sqrt{\text{هـ} - \text{ب}}} \right) - \text{و ج}$$

حيث ،

$$\text{هـ} = \frac{2\,\text{د}_1 \text{د}_2}{\text{د}_1 + \text{د}_2} \quad ، \quad \text{و} = \frac{\text{د}_2 - \text{د}_1}{\text{د}_1\,\text{د}_2}$$

أما قيم أ ، ب ، ج فهى تعتمد على قيمة (ح) كما هو موضح بالجدول التالى :

ح	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٧٥	٠,٥٠
أ	٢,٠٢٠٦	١,٧٠٢٣	١,٤٢٨٧	١,١١٣١	٠,٥٨٥٩	٠
ب	١,٤٠	١,١٤	٠,٩٥	٠,٧٧	٠,٥٨	
ج	١,٠٧٣	٠,٨٤٦	٠,٦٨١	٠,٥٢٧	٠,٣٥٥	٠,٢٩٠

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١	٠,٥٠	١	١,٥	١,٧١	١,٨٢	١,٨٩	١,٩٤	١,٩٨	٢	٢,٠٣	٢,٠٤	٢,٠٥	٢,٠٧
	٠,٧٥	٥,٨٣	٧,٥٠	٨,٢٠	٨,٥٨	٨,٨٢	٨,٩٨	٩,١	٩,١٩	٩,٢٦	٩,٣٢	٩,٣٦	٩,٤١
	٠,٩٠	٣٩,٩	٤٩,٥	٥٣,٦	٥٥,٨	٥٧,٢	٥٨,٢	٥٨,٩	٥٩,٤	٥٩,٩	٦٠,٢	٦٠,٥	٦٠,٧
	٠,٩٥	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٧	٢٣٩	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤
	,٩٧٥	٦٤٨	٨٠٠	٨٦٤	٩٠٠	٩٢٢	٩٣٧	٩٤٨	٩٥٧	٩٦٣	٩٦٩	٩٧٣	٩٧٧
	٠,٩٩	٤٠٥٠	٥٠٠٠	٥٤٠٠	٥٦٢٠	٥٧٦٠	٥٨٦٠	٥٩٣٠	٥٩٨٠	٦٠٢٠	٦٠٦٠	٦٠٨٠	٦١١٠
٢	٠,٥٠	,٦٦٧	١	١,١٣	١,٢١	١,٢٥	١,٢٨	١,٣	١,٣٢	١,٣٣	١,٣٤	١,٣٥	١,٣٦
	٠,٧٥	٢,٥٧	٣	٣,١٥	٣,٢٣	٣,٢٨	٣,٣١	٣,٣٤	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٣٨	٣,٣٩	٣,٣٩
	٠,٩٠	٨,٥٣	٩	٩,١٦	٩,٢٤	٩,٢٩	٩,٣٣	٩,٣٥	٩,٣٧	٩,٣٨	٩,٣٩	٩,٤	٩,٤١
	٠,٩٥	١٨,٥	١٩	١٩,٢	١٩,٢	١٩,٣	١٩,٣	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٤
	,٩٧٥	٣٨,٥	٣٩	٣٩,٢	٣٩,٢	٣٩,٣	٣٩,٣	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٤
	٠,٩٩	٩٨,٥	٩٩	٩٩,٢	٩٩,٢	٩٩,٣	٩٩,٣	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٤
٣	٠,٥٠	,٥٨٥	,٨٨١	١	١,٠٦	١,١	١,١٣	١,١٥	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٩	١,٢٠
	٠,٧٥	٢,٠٢	٢,٢٨	٢,٣٦	٢,٣٩	٢,٤١	٢,٤٢	٢,٤٣	٢,٤٤	٢,٤٤	٢,٤٤	٢,٤٥	٢,٤٥
	٠,٩٠	٥,٥٤	٥,٤٦	٥,٣٩	٥,٣٤	٥,٣١	٥,٢٨	٥,٢٧	٥,٢٥	٥,٢٤	٥,٢٣	٥,٢٢	٥,٢٢
	٠,٩٥	١٠,١	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٩	٨,٨٥	٨,٨١	٨,٧٩	٨,٧٦	٨,٧٤
	,٩٧٥	١٧,٤	١٦	١٥,٤	١٥,١	١٤,٩	١٤,٧	١٤,٦	١٤,٥	١٤,٥	١٤,٤	١٤,٤	١٤,٣
	٠,٩٩	٣٤,١	٣٠,٨	٢٩,٥	٢٨,٧	٢٨,٢	٢٧,٩	٢٧,٧	٢٧,٥	٢٧,٣	٢٧,٢	٢٧,١	٢٧,١
٤	٠,٥٠	,٥٤٩	,٨٢٨	,٩٤١	١	١,٠٤	١,٠٦	١,٠٨	١,٠٩	١,١	١,١١	١,١٢	١,١٣
	٠,٧٥	١,٨١	٢	٢,٠٥	٢,٠٦	٢,٠٧	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨
	٠,٩٠	٤,٥٤	٤,٣٢	٤,١٩	٤,١١	٤,٠٥	٤,٠١	٣,٩٨	٣,٩٥	٣,٩٤	٣,٩٢	٣,٩١	٣,٩
	٠,٩٥	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٣٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤	٦	٥,٩٦	٥,٩٤	٥,٩١
	,٩٧٥	١٢,٢	١٠,٦	٩,٩٨	٩,٦	٩,٣٦	٩,٢	٩,٠٧	٨,٩٨	٨,٩	٨,٨٤	٨,٧٩	٨,٧٥
	٠,٩٩	٢١,٢	١٨	١٦,٧	١٦	١٥,٥	١٥,٢	١٥	١٤,٨	١٤,٧	١٤,٥	١٤,٤	١٤,٤

تابع جدول ٤
توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١	٠,٥٠	٢,٠٩	٢,١٢	٢,١٣	٢,١٥	٢,١٦	٢,١٧	٢,١٧	٢,١٨	٢,١٨	٢,١٩	٢,١٩	٢,٢٠
	٠,٧٥	٩,٤٩	٩,٥٨	٩,٦٣	٩,٦٧	٩,٧١	٩,٧٤	٩,٧٦	٩,٧٨	٩,٨٠	٩,٨٢	٩,٨٤	٩,٨٥
	٠,٩٠	٦١,٢	٦١,٧	٦٢	٦٢,٣	٦٢,٥	٦٢,٧	٦٢,٨	٦٣	٦٣,١	٦٣,٢	٦٣,٣	٦٣,٣
	٠,٩٥	٢٤٦	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥١	٢٥٢	٢٥٢	٢٥٣	٢٥٣	٢٥٤	٢٥٤	٢٥٤
	٠,٩٧٥	٩٨٥	٩٩٣	٩٩٧	١٠٠٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠١٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠
	٠,٩٩	٦١٦٠	٦٢١٠	٦٢٣٠	٦٢٦٠	٦٢٩٠	٦٣٠٠	٦٣١٠	٦٣٣٠	٦٣٤٠	٦٣٥٠	٦٣٦٠	٦٣٧٠
٢	٠,٥٠	١,٣٨	١,٣٩	١,٤	١,٤١	١,٤٢	١,٤٢	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٤	١,٤٤	١,٤٤
	٠,٧٥	٣,٤١	٣,٤٣	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٨	٣,٤٨	٣,٤٨
	٠,٩٠	٩,٤٢	٩,٤٤	٩,٤٥	٩,٤٦	٩,٤٧	٩,٤٧	٩,٤٧	٩,٤٨	٩,٤٨	٩,٤٩	٩,٤٩	٩,٤٩
	٠,٩٥	١٩,٤	١٩,٤	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥	١٩,٥
	,٩٧٥	٣٩,٤	٣٩,٤	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥	٣٩,٥
	٠,٩٩	٩٩,٤	٩٩,٤	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥	٩٩,٥
٣	٠,٥٠	١,٢١	١,٢٣	١,٢٣	١,٢٤	١,٢٥	١,٢٥	١,٢٥	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٧	١,٢٧
	٠,٧٥	٢,٤٦	٢,٤٦	٢,٤٦	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧	٢,٤٧
	٠,٩٠	٥,٢٠	٥,١٨	٥,١٨	٥,١٧	٥,١٦	٥,١٥	٥,١٥	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٤	٥,١٣
	٠,٩٥	٨,٧٠	٨,٦٦	٨,٦٣	٨,٦٢	٨,٥٩	٨,٥٨	٨,٥٧	٨,٥٥	٨,٥٥	٨,٥٤	٨,٥٣	٨,٥٣
	٠,٩٧٥	١٤,٣	١٤,٢	١٤,١	١٤,١	١٤	١٤	١٤	١٤	١٣,٩	١٣,٩	١٣,٩	١٣,٩
	٠,٩٩	٢٦,٩	٢٦,٧	٢٦,٦	٢٦,٥	٢٦,٤	٢٦,٤	٢٦,٣	٢٦,٢	٢٦,٢	٢٦,٢	٢٦,١	٢٦,١
٤	٠,٥٠	١,١٤	١,١٥	١,١٦	١,١٦	١,١٧	١,١٨	١,١٨	١,١٨	١,١٨	١,١٩	١,١٩	١,١٩
	٠,٧٥	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨	٢,٠٨
	٠,٩٠	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨٣	٣,٨٢	٣,٨٠	٣,٨٠	٣,٧٩	٣,٧٨	٣,٧٨	٣,٧٧	٣,٧٦	٣,٧٦
	٠,٩٥	٥,٨٦	٥,٨٠	٥,٧٧	٥,٧٥	٥,٧٢	٥,٧٠	٥,٦٩	٥,٦٦	٥,٦٦	٥,٦٥	٥,٦٤	٥,٦٣
	٠,٩٧٥	٨,٦٦	٨,٥٦	٨,٥١	٨,٤٦	٨,٤١	٨,٣٨	٨,٣٦	٨,٣٢	٨,٣١	٨,٢٩	٨,٢٧	٨,٢٦
	٠,٩٩	١٤,٢	١٤	١٣,٩	١٣,٨	١٣,٧	١٣,٧	١٣,٧	١٣,٦	١٣,٦	١٣,٥	١٣,٥	١٣,٥

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٥	٠,٥٠	٠,٥٢٨	٠,٧٩٩	٠,٩٠٧	٠,٩٦٥	١	١,٠٢	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٩
	٠,٧٥	١,٦٩	١,٨٥	١,٨٨	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩	١,٨٩
	٠,٩٠	٤,٠٦	٣,٧٨	٣,٦٢	٣,٥٢	٣,٤٥	٣,٤٠	٣,٣٧	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٣٠	٣,٢٨	٣,٢٧
	٠,٩٥	٦,٦١	٥,٧٩	٥,٤١	٥,١٩	٥,٠٥	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٨٢	٤,٧٧	٤,٧٤	٤,٧١	٤,٦٨
	٠,٩٧٥	١٠	٨,٤٣	٧,٧٦	٧,٣٩	٧,١٥	٦,٩٨	٦,٨٥	٦,٧٦	٦,٦٨	٦,٦٢	٦,٥٧	٦,٥٢
	٠,٩٩	١٦,٣	١٣,٣	١٢,١	١١,٤	١١	١٠,٧	١٠,٥	١٠,٣	١٠,٢	١٠,١	٩,٩٦	٩,٨٩
٦	٠,٥٠	٠,٥١٥	٠,٧٨٠	٠,٨٨٦	٠,٩٤٢	٠,٩٧٧	١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٦٢	١,٧٦	١,٧٨	١,٧٩	١,٧٩	١,٧٨	١,٧٨	١,٧٨	١,٧٧	١,٧٧	١,٧٧	١,٧٧
	٠,٩٠	٣,٧٨	٣,٤٦	٣,٢٩	٣,١٨	٣,١١	٣,٠٥	٣,٠١	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٢	٢,٩٠
	٠,٩٥	٥,٩٩	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٥٣	٤,٣٩	٤,٢٨	٤,٢١	٤,١٥	٤,١	٤,٠٦	٤,٠٣	٤
	٠,٩٧٥	٨,٨١	٧,٢٦	٦,٦	٦,٢٣	٥,٩٩	٥,٨٢	٥,٧	٥,٦	٥,٥٢	٥,٤٦	٥,٤١	٥,٣٧
	٠,٩٩	١٣,٧	١٠,٩	٩,٧٨	٩,١٥	٨,٧٥	٨,٤٧	٨,٢٦	٨,١	٧,٩٨	٧,٨٧	٧,٧٩	٧,٧٢
٧	٠,٥٠	٠,٥٠٦	٠,٧٦٧	٠,٨٧١	٠,٩٢٦	٠,٩٦٠	٠,٩٨٣	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤
	٠,٧٥	١,٧٥	١,٧٠	١,٧٢	١,٧٢	١,٧١	١,٧١	١,٧٠	١,٧٠	١,٦٩	١,٦٩	١,٦٩	١,٦٨
	٠,٩٠	٣,٥٩	٣,٢٦	٣,٠٧	٢,٩٦	٢,٨٨	٢,٨٣	٢,٧٨	٢,٧٥	٢,٧٢	٢,٧٠	٢,٦٨	٢,٦٧
	٠,٩٥	٥,٥٩	٤,٧٤	٤,٣٥	٤,١٢	٣,٩٧	٣,٨٧	٣,٧٩	٣,٧٣	٣,٦٨	٣,٦٤	٣,٦٠	٣,٥٧
	٠,٩٧٥	٨,٠٧	٦,٥٤	٥,٨٩	٥,٥٢	٥,٢٩	٥,١٢	٤,٩٩	٤,٩٠	٤,٨٢	٤,٧٦	٤,٧١	٤,٦٧
	٠,٩٩	١٢,٠٢	٩,٥٥	٨,٤٥	٧,٨٥	٧,٤٦	٧,١٩	٦,٩٩	٦,٨٤	٦,٧٢	٦,٦٢	٦,٥٤	٦,٤٧
٨	٠,٥٠	٠,٤٩٩	٠,٧٥٧	٠,٨٦٠	٠,٩١٥	٠,٩٤٨	٠,٩٧١	٠,٩٨٨	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٥٤	١,٦٦	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٢
	٠,٩٠	٣,٤٦	٣,١١	٢,٩٢	٢,٨١	٢,٧٣	٢,٦٧	٢,٦٢	٢,٥٩	٢,٥٦	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٥٠
	٠,٩٥	٥,٣٢	٤,٤٦	٤,٠٧	٣,٨٤	٣,٦٩	٣,٥٨	٣,٥٠	٣,٤٤	٣,٣٩	٣,٣٥	٣,٣١	٣,٢٨
	٠,٩٧٥	٧,٥٧	٦,٠٦	٥,٤٢	٥,٠٥	٤,٨٢	٤,٦٥	٤,٥٣	٤,٤٣	٤,٣٦	٤,٣٠	٤,٢٤	٤,٢٠
	٠,٩٩	١١,٣	٨,٦٥	٧,٥٩	٧,٠١	٦,٦٣	٦,٣٧	٦,١٨	٦,٠٣	٥,٩١	٥,٨١	٥,٧٣	٥,٦٧

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٥	٠,٥٠	١,١	١,١١	١,١٢	١,١٢	١,١٣	١,١٣	١,١٤	١,١٤	١,١٤	١,١٥	١,١٥	١,١٥
	٠,٧٥	١,٨٩	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٨	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧	١,٨٧
	٠,٩٠	٣,٢٤	٣,٢١	٣,١٩	٣,١٧	٣,١٦	٣,١٥	٣,١٤	٣,١٣	٣,١٢	٣,١٢	٣,١١	٣,١٠
	٠,٩٥	٤,٦٢	٤,٥٦	٤,٥٣	٤,٥٠	٤,٤٦	٤,٤٤	٤,٤٣	٤,٤١	٤,٤٠	٤,٣٩	٤,٣٧	٤,٣٦
	٠,٩٧٥	٦,٤٣	٦,٣٣	٦,٢٨	٦,٢٣	٦,١٨	٦,١٤	٦,١٢	٦,٠٨	٦,٠٧	٦,٠٥	٦,٠٣	٦,٠٢
	٠,٩٩	٩,٧٢	٩,٥٥	٩,٤٧	٩,٣٨	٩,٢٩	٩,٢٤	٩,٢٠	٩,١٣	٩,١١	٩,٠٨	٩,٠٤	٩,٠٢
٦	٠,٥٠	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٩	١,١٠	١,١٠	١,١١	١,١١	١,١١	١,١٢	١,١٢	١,١٢	١,١٢
	٠,٧٥	١,٧٦	١,٧٦	١,٧٥	١,٧٥	١,٧٥	١,٧٥	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤	١,٧٤
	٠,٩٠	٢,٨٧	٢,٨٤	٢,٨٢	٢,٨٠	٢,٧٨	٢,٧٧	٢,٧٦	٢,٧٥	٢,٧٤	٢,٧٣	٢,٧٣	٢,٧٢
	٠,٩٥	٣,٩٤	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٧	٣,٧٥	٣,٧٤	٣,٧١	٣,٧٠	٣,٦٩	٣,٦٨	٣,٦٧
	٠,٩٧٥	٥,٢٧	٥,١٧	٥,١٢	٥,٠٧	٥,٠١	٤,٩٨	٤,٩٦	٤,٩٢	٤,٩٠	٤,٨٨	٤,٨٦	٤,٨٥
	٠,٩٩	٧,٥٦	٧,٤٠	٧,٣١	٧,٢٣	٧,١٤	٧,٠٩	٧,٠٦	٦,٩٩	٦,٩٧	٦,٩٣	٦,٩٠	٦,٨٨
٧	٠,٥٠	١,٠٥	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٩	١,٠٩	١,١٠	١,١٠	١,١٠	١,١٠	١,١٠
	٠,٧٥	١,٦٨	١,٦٧	١,٦٧	١,٦٦	١,٦٦	١,٦٦	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥	١,٦٥
	٠,٩٠	٢,٦٣	٢,٥٩	٢,٥٨	٢,٥٦	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٥١	٢,٥٠	٢,٤٩	٢,٤٨	٢,٤٨	٢,٤٧
	٠,٩٥	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٣٠	٣,٢٧	٣,٢٧	٣,٢٥	٣,٢٤	٣,٢٣
	٠,٩٧٥	٤,٥٧	٤,٤٧	٤,٤٢	٤,٣٦	٤,٣١	٤,٢٨	٤,٢٥	٤,٢١	٤,٢٠	٤,١٨	٤,١٦	٤,١٤
	٠,٩٩	٦,٣١	٦,١٦	٦,٠٧	٥,٩٩	٥,٩١	٥,٨٦	٥,٨٢	٥,٧٥	٥,٧٤	٥,٧٠	٥,٦٧	٥,٦٥
٨	٠,٥٠	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٩	١,٠٩	١,٠٩
	٠,٧٥	١,٦٢	١,٦١	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٨
	٠,٩٠	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٨	٢,٣٦	٢,٣٥	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠	٢,٢٩
	٠,٩٥	٣,٢٢	٣,١٥	٣,١٢	٣,٠٨	٣,٠٤	٣,٠٢	٣,٠١	٢,٩٧	٢,٩٧	٢,٩٥	٢,٩٤	٢,٩٣
	٠,٩٧٥	٤,١٠	٤	٣,٩٥	٣,٨٩	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٨	٣,٧٤	٣,٧٣	٣,٧٠	٣,٦٨	٣,٦٧
	٠,٩٩	٥,٥٢	٥,٣٦	٥,٢٨	٥,٢٠	٥,١٢	٥,٠٧	٥,٠٣	٤,٩٦	٤,٩٥	٤,٩١	٤,٨٨	٤,٨٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

$د_١$

$د_٢$	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٩	٠,٥٠	٠,٤٩٤	٠,٧٤٩	٠,٨٥٢	٠,٩٠٦	٠,٩٣٩	٠,٩٦٢	٠,٩٧٨	٠,٩٩٠	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٥١	١,٦٢	١,٦٣	١,٦٣	١,٦٢	١,٦١	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٨
	٠,٩٠	٣,٣٦	٣,٠١	٢,٨١	٢,٦٩	٢,٦١	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٨
	٠,٩٥	٥,١٢	٤,٢٦	٣,٨٦	٣,٦٣	٣,٤٨	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣	٣,١٨	٣,١٤	٣,١٠	٣,٠٧
	٠,٩٧٥	٧,٢١	٥,٧١	٥,٠٨	٤,٧٢	٤,٤٨	٤,٣٢	٤,٢٠	٤,١٠	٤,٠٣	٣,٩٦	٣,٩١	٣,٨٧
	٠,٩٩	١٠,٠٦	٨,٠٢	٦,٩٩	٦,٤٢	٦,٠٦	٥,٨٠	٥,٦١	٥,٤٧	٥,٣٥	٥,٢٦	٥,١٨	٥,١١
١٠	٠,٥٠	٠,٤٩٠	٠,٧٤٣	٠,٨٤٥	٠,٨٩٩	٠,٩٣٢	٠,٩٥٤	٠,٩٧١	٠,٩٨٣	٠,٩٩٢	١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٤٩	١,٦٠	١,٦٠	١,٥٩	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤
	٠,٩٠	٣,٢٨	٢,٩٢	٢,٧٣	٢,٦١	٢,٥٢	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٨	٢,٣٥	٢,٣٢	٢,٣٠	٢,٢٨
	٠,٩٥	٤,٩٦	٤,١٠	٣,٧١	٣,٤٨	٣,٣٣	٣,٢٢	٣,١٤	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٨	٢,٩٤	٢,٩١
	,٩٧٥	٦,٩٤	٥,٤٦	٤,٨٣	٤,٤٧	٤,٢٤	٤,٠٧	٣,٩٥	٣,٨٥	٣,٧٨	٣,٧٢	٣,٦٦	٣,٦٢
	٠,٩٩	١٠	٧,٥٦	٦,٥٥	٥,٩٩	٥,٦٤	٥,٣٩	٥,٢٠	٥,٠٦	٤,٩٤	٤,٨٥	٤,٧٧	٤,٧١
١١	٠,٥٠	٠,٤٨٦	٠,٧٣٩	٠,٨٤٠	٠,٨٩٣	٠,٩٢٦	٠,٩٤٨	٠,٩٦٤	٠,٩٧٧	٠,٩٨٦	٠,٩٩٤	١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٤٧	١,٥٨	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١
	٠,٩٠	٣,٢٣	٢,٨٦	٢,٦٦	٢,٥٤	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٤	٢,٣٠	٢,٢٧	٢,٢٥	٢,٢٣	٢,٢١
	٠,٩٥	٤,٨٤	٣,٩٨	٣,٥٩	٣,٣٦	٣,٢٠	٣,٠٩	٣,٠١	٢,٩٥	٢,٩٠	٢,٨٥	٢,٨٢	٢,٧٩
	٠,٩٧٥	٦,٧٢	٥,٢٦	٤,٦٣	٤,٢٨	٤,٠٤	٣,٨٨	٣,٧٦	٣,٦٦	٣,٥٩	٣,٥٣	٣,٤٧	٣,٤٣
	٠,٩٩	٩,٦٥	٧,٢١	٦,٢٢	٥,٦٧	٥,٣٢	٥,٠٧	٤,٨٩	٤,٧٤	٤,٦٣	٤,٥٤	٤,٤٦	٤,٤٠
١٢	٠,٥٠	٠,٤٨٤	٠,٧٣٥	٠,٨٣٥	٠,٨٨٨	٠,٩٢١	٠,٩٤٣	٠,٩٥٩	٠,٩٧٢	٠,٩٨١	٠,٩٨٩	٠,٩٩٥	١
	٠,٧٥	١,٤٦	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٢	١,٥١	١,٥١	١,٥٠	١,٥٠	١,٤٩
	٠,٩٠	٣,١٨	٢,٨١	٢,٦١	٢,٤٨	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٧	٢,١٥
	٠,٩٥	٤,٧٥	٣,٨٩	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١١	٣	٢,٩١	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٥	١,٧٢	٢,٦٩
	٠,٩٧٥	٦,٥٥	٥,١٠	٤,٤٧	٤,١٢	٣,٨٩	٣,٧٣	٣,٦١	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٣٧	٣,٣٢	٣,٢٨
	٠,٩٩	٩,٣٣	٦,٩٣	٥,٩٥	٥,٤١	٥,٠٦	٤,٨٢	٤,٦٤	٤,٥٠	٤,٣٩	٤,٣٠	٤,٢٢	٤,١٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٩	٠,٥٠	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٨	١,٠٨	١,٠٨
	٠,٧٥	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٥	١,٥٤	١,٥٤	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣	١,٥٣
	٠,٩٠	٢,٣٤	٢,٣٠	٢,٢٨	٢,٢٥	٢,٢٣	٢,٢٢	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٨	٢,١٧	٢,١٧	٢,١٦
	٠,٩٥	٣,٠١	٢,٩٤	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٣	٢,٨٠	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٥	٢,٧٣	٢,٧٢	٢,٧١
	..٩٧٥	٣,٧٧	٣,٦٧	٣,٦١	٣,٥٦	٣,٥١	٣,٤٧	٣,٤٥	٣,٤٠	٣,٣٩	٣,٣٧	٣,٣٥	٣,٣٣
	٠,٩٩	٤,٩٦	٤,٨١	٤,٧٣	٤,٦٥	٤,٥٧	٤,٥٢	٤,٤٨	٤,٤٢	٤,٤٠	٤,٣٦	٤,٣٣	٤,٣١
١٠	٠,٥٠	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٧	١,٠٧	١,٠٧
	٠,٧٥	١,٥٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١	١,٥١	١,٥٠	١,٥٠	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٨
	٠,٩٠	٢,٢٤	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦	٢,١٣	٢,١٢	٢,١١	٢,٠٩	٢,٠٨	٢,٠٧	٢,٠٦	٢,٠٦
	٠,٩٥	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٦	٢,٦٤	٢,٦٢	٢,٥٩	٢,٥٨	٢,٥٦	٢,٥٥	٢,٥٤
	,٩٧٥	٣,٥٢	٣,٤٢	٣,٣٧	٣,٣١	٣,٢٦	٣,٢٢	٣,٢٠	٣,١٥	٣,١٤	٣,١٢	٣,٠٩	٣,٠٨
	٠,٩٩	٤,٥٦	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,١٢	٤,٠٨	٤,٠١	٤	٣,٩٦	٣,٩٣	٣,٩١
١١	٠,٥٠	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٥٠	١,٤٩	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٧	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٥
	٠,٩٠	٢,١٧	٢,١٢	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٥	٢,٠٤	٢,٠٣	٢	٢	١,٩٩	١,٩٨	١,٩٧
	٠,٩٥	٢,٧٢	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٥١	٢,٤٩	٢,٤٦	٢,٤٥	٢,٤٣	٢,٤٢	٢,٤٠
	٠,٩٧٥	٣,٣٣	٣,٢٣	٣,١٧	٣,١٢	٣,٠٦	٣,٠٣	٣	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٢	٢,٩٠	٢,٨٨
	٠,٩٩	٤,٢٥	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨١	٣,٧٨	٣,٧١	٣,٦٩	٣,٦٦	٣,٦٢	٣,٦٠
١٢	٠,٥٠	١,٠١	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٥	١,٠٦	١,٠٦
	٠,٧٥	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٤	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٣	١,٤٢	١,٤٢
	٠,٩٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠١	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٦	١,٩٤	١,٩٣	١,٩٢	١,٩١	١,٩٠
	٠,٩٥	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٣	٢,٤٠	٢,٣٨	٢,٣٥	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠
	٠,٩٧٥	٣,١٨	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٦	٢,٩١	٢,٨٧	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٤	٢,٧٢
	٠,٩٩	٤,٠١	٣,٨٦	٣,٧٨	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥٧	٣,٥٤	٣,٤٧	٣,٤٥	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٦

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٥	٠,٥٠	٠,٤٧٨	٠,٧٢٦	٠,٨٢٦	٠,٨٧٨	٠,٩١١	٠,٩٣٣	٠,٩٤٨	٠,٩٦٠	٠,٩٧٠	٠,٩٧٧	٠,٩٨٤	٠,٩٨٩
	٠,٧٥	١,٤٣	١,٥٢	١,٥٢	١,٥١	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٦	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٤
	٠,٩٠	٣,٠٧	٢,٧٠	٢,٤٩	٢,٣٦	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٢	٢,٠٩	٢,٠٦	٢,٠٤	٢,٠٢
	٠,٩٥	٤,٥٤	٣,٦٨	٣,٢٩	٣,٠٦	٢,٩٠	٢,٧٩	٢,٧١	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٨
	٠,٩٧٥	٦,٢٠	٤,٧٦	٤,١٥	٣,٨٠	٣,٥٨	٣,٤١	٣,٢٩	٣,٢٠	٣,١٢	٣,٠٦	٣,٠١	٢,٩٦
	٠,٩٩	٨,٦٨	٦,٣٦	٥,٤٢	٤,٨٩	٤,٥٦	٤,٣٢	٤,١٤	٤	٣,٨٩	٣,٨٠	٣,٧٣	٣,٦٧
٢٠	٠,٥٠	٠,٤٧٢	٠,٧١٨	٠,٨١٦	٠,٨٦٨	٠,٩٠٠	٠,٩٢٢	٠,٩٣٨	٠,٩٥٠	٠,٩٥٩	٠,٩٦٦	٠,٩٧٢	.٩٧٧
	٠,٧٥	١,٤٠	١,٤٩	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٣	١,٤٢	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٩
	٠,٩٠	٢,٩٧	٢,٥٩	٢,٣٨	٢,٢٥	٢,١٦	٢,٠٩	٢,٠٤	٢	١,٩٦	١,٩٤	١,٩١	١,٨٩
	٠,٩٥	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥١	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٨
	٠,٩٧٥	٥,٨٧	٤,٤٦	٣,٨٦	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٣	٣,٠١	٢,٩١	٢,٨٤	٢,٧٧	٢,٧٢	٢,٦٨
	٠,٩٩	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧٠	٣,٥٦	٣,٤٦	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣
٢٤	٠,٥٠	٠,٤٦٩	٠,٧١٤	٠,٨١٢	٠,٨٦٣	٠,٨٩٥	٠,٩١٧	٠,٩٣٢	٠,٩٤٤	٠,٩٥٣	٠,٩٦١	٠,٩٦٧	٠,٩٧٢
	٠,٧٥	١,٣٩	١,٤٧	١,٤٦	١,٤٤	١,٤٣	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٦
	٠,٩٠	٢,٩٣	٢,٥٤	٢,٣٣	٢,١٩	٢,١٠	٢,٠٤	١,٩٨	١,٩٤	١,٩١	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٣
	٠,٩٥	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٢	٢,٣٦	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٨
	٠,٩٧٥	٥,٧٢	٤,٣٢	٣,٧٢	٣,٣٨	٣,١٥	٢,٩٩	٢,٨٧	٢,٧٨	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٤
	٠,٩٩	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٦	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٣
٣٠	٠,٥٠	٠,٤٦٦	٠,٧٠٩	٠,٨٠٧	٠,٨٥٨	٠,٨٩٠	٠,٩١٢	٠,٩٢٧	٠,٩٣٩	٠,٩٤٨	٠,٩٥٥	٠,٩٦١	٠,٩٦٦
	٠,٧٥	١,٣٨	١,٤٥	١,٤٤	١,٤٢	١,٤١	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٥	١,٣٤
	٠,٩٠	٢,٨٨	٢,٤٩	٢,٢٨	٢,١٤	٢,٠٥	١,٩٨	١,٩٣	١,٨٨	١,٨٥	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٧
	٠,٩٥	٤,١٧	٣,٣٢	٢,٩٢	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٩
	٠,٩٧٥	٥,٥٧	٤,١٨	٣,٥٩	٣,٢٥	٣,٠٣	٢,٨٧	٢,٧٥	٢,٦٥	٢,٥٧	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤١
	٠,٩٩	٧,٥٦	٥,٣٩	٤,٥١	٤,٠٢	٣,٧٠	٣,٤٧	٣,٣٠	٣,١٧	٣,٠٧	٢,٩٨	٢,٩١	٢,٨٤

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د١

د٢	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
١٥	٠,٥٠	١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٤	١,٠٥
	٠,٧٥	١,٤٣	١,٤١	١,٤١	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٩	١,٣٨	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٦
	٠,٩٠	١,٩٧	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٣	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٦	١,٧٦
	٠,٩٥	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٣٩	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٨	٢,١٦	٢,١٢	٢,١١	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٧
	٠,٩٧٥	٢,٨٦	٢,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٥	٢,٥٢	٢,٤٧	٢,٤٦	٢,٤٤	٢,٤١	٢,٤٠
	٠,٩٩	٣,٥٢	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢١	٣,١٣	٣,٠٨	٣,٠٥	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٢	٢,٨٩	٢,٨٧
٢٠	٠,٥٠	٠,٩٨٩	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣١	١,٣٠	١,٣٠	١,٢٩
	٠,٩٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٤	١,٧١	١,٦٩	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٤	١,٦٣	١,٦٢	١,٦١
	٠,٩٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٥	١,٩١	١,٩٠	١,٨٨	١,٨٦	١,٨٤
	٠,٩٧٥	٢,٥٧	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٥	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢٢	٢,١٧	٢,١٦	٢,١٣	٢,١٠	٢,٠٩
	٠,٩٩	٣,٠٩	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٨	٢,٦٩	٢,٦٤	٢,٦١	٢,٥٤	٢,٥٢	٢,٤٨	٢,٤٤	٢,٤٢
٢٤	٠,٥٠	٠,٩٨٣	٠,٩٩٤	١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٣	١,٠٣
	٠,٧٥	١,٣٥	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٧	١,٢٦
	٠,٩٠	١,٧٨	١,٧٣	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٤	١,٦٢	١,٦١	١,٥٨	١,٥٧	١,٥٦	١,٥٤	١,٥٣
	٠,٩٥	٢,١١	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٥	١,٧٣
	٠,٩٧٥	٢,٤٤	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٢	٢,٠١	١,٩٨	١,٩٥	١,٩٤
	٠,٩٩	٢,٨٩	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٤٠	٢,٣٣	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢١
٣٠	٠,٥٠	٠,٩٧٨	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٣٢	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٦	١,٢٦	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٤	١,٢٣	١,٢٣
	٠,٩٠	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٤	١,٦١	١,٥٧	١,٥٥	١,٥٤	١,٥١	١,٥٠	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٦
	٠,٩٥	٢,٠١	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٨	١,٦٦	١,٦٤	١,٦٢
	٠,٩٧٥	٢,٣١	٢,٢٠	٢,١٤	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٧	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٧	١,٨٤	١,٨١	١,٧٩
	٠,٩٩	٢,٧٠	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٣	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٣	٢,٠١

تابع جدول ٤

توزيع « ف »

د ١

د٢	ح	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
٤٠	٠,٥٠	٠,٤٦٣	٠,٧٠٥	٠,٨٠٢	٠,٨٥٤	٠,٨٨٥	٠,٩٠٧	٠,٩٢٢	٠,٩٣٤	٠,٩٤٣	٠,٩٥٠	,٩٥٦	٠,٩٦١
	٠,٧٥	١,٣٦	١,٤٤	١,٤٢	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٤	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١
	٠,٩٠	٢,٨٤	٢,٤٤	٢,٢٣	٢,٠٩	٢	١,٩٣	١,٨٧	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٣	١,٧١
	٠,٩٥	٤,٠٨	٣,٢٣	٢,٨٤	٢,٦١	٢,٤٥	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	٢
	٠,٩٧٥	٥,٤٢	٤,٠٥	٣,٤٦	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٥	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٩
	٠,٩٩	٧,٣١	٥,١٨	٤,٣١	٣,٨٣	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٢	٢,٩٩	٢,٨٩	٢,٨٠	٢,٧٣	٢,٦٦
٦٠	٠,٥٠	٠,٤٦١	٠,٧٠١	٠,٧٩٨	٠,٨٤٩	٠,٨٨٠	٠,٩٠١	٠,٩١٧	٠,٩٢٨	٠,٩٣٧	٠,٩٤٥	,٩٥١	,٩٥٦
	٠,٧٥	١,٣٥	١,٤٢	١,٤١	١,٣٨	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣٢	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٩
	٠,٩٠	٢,٧٩	٢,٣٩	٢,١٨	٢,٠٤	١,٩٥	١,٨٧	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٤	١,٧١	١,٦٨	١,٦٦
	٠,٩٥	٤	٣,١٥	٢,٧٦	٢,٥٣	٢,٣٧	٢,٢٥	٢,١٧	٢,١٠	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٥	١,٩٢
	٠,٩٧٥	٥,٢٩	٣,٩٣	٣,٣٤	٣,٠١	٢,٧٩	٢,٦٣	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢٢	٢,١٧
	٠,٩٩	٧,٠٨	٤,٩٨	٤,١٣	٣,٦٥	٣,٣٤	٣,١٢	٢,٩٥	٢,٨٢	٢,٧٢	٢,٦٣	٢,٥٦	٢,٥٠
١٢٠	٠,٥٠	٠,٤٥٨	,٦٩٧	٠,٧٩٣	٠,٨٤٤	٠,٨٧٥	٠,٨٩٦	٠,٩١٢	٠,٩٢٣	٠,٩٣٢	٠,٩٣٩	٠,٩٤٥	,٩٥٠
	٠,٧٥	١,٣٤	١,٤٠	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٣٠	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٦
	٠,٩٠	٢,٧٥	٢,٣٥	٢,١٣	١,٩٩	١,٩٠	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٢	١,٦٠
	٠,٩٥	٣,٩٢	٣,٠٧	٢,٦٨	٢,٤٥	٢,٢٩	٢,١٨	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٦	١,٩١	١,٨٧	١,٨٣
	٠,٩٧٥	٥,١٥	٣,٨٠	٣,٢٣	٢,٨٩	٢,٦٧	٢,٥٢	٢,٣٩	٢,٣٠	٢,٢٢	٢,١٦	٢,١٠	٢,٠٥
	٠,٩٩	٦,٨٥	٤,٧٩	٣,٩٥	٣,٤٨	٣,١٧	٢,٩٦	٢,٧٩	٢,٦٦	٢,٥٦	٢,٤٧	٢,٤٠	٢,٣٤
∞	٠,٥٠	٠,٤٥٥	٠,٦٩٣	٠,٧٨٩	٠,٨٣٩	٠,٨٧٠	٠,٨٩١	٠,٩٠٧	٠,٩١٨	٠,٩٢٧	٠,٩٣٤	٠,٩٣٩	٠,٩٤٥
	٠,٧٥	١,٣٢	١,٣٩	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٢٩	١,٢٨	١,٢٧	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٤
	٠,٩٠	٢,٧١	٢,٣٠	٢,٠٨	١,٩٤	١,٨٥	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٧	١,٥٥
	٠,٩٥	٣,٨٤	٣	٢,٦٠	٢,٣٧	٢,٢١	٢,١٠	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٥
	٠,٩٧٥	٥,٠٢	٣,٦٩	٣,١٢	٢,٧٩	٢,٥٧	٢,٤١	٢,٢٩	٢,١٩	٢,١١	٢,٠٥	١,٩٩	١,٩٤
	٠,٩٩	٦,٦٣	٤,٦١	٣,٧٨	٣,٣٢	٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٢	٢,٢٥	٢,١٨

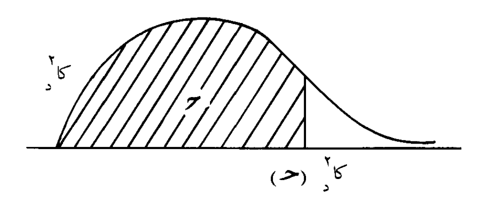
تابع جدول ٤
توزيع « ف »

$د_١$

$د_٢$	ح	١٥	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	١٠٠	١٢٠	٢٠٠	٥٠٠	∞
٤٠	٠,٥٠	٠,٩٧٢	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	١	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠٢	١,٠٢
	٠,٧٥	١,٣٠	١,٢٨	١,٢٦	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٣	١,٢٢	١,٢١	١,٢١	١,٢٠	١,١٩	١,١٩
	٠,٩٠	١,٦٦	١,٦١	١,٥٧	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٣	١,٤٢	١,٤١	١,٣٩	١,٣٨
	٠,٩٥	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤	١,٥٩	١,٥٨	١,٥٥	١,٥٣	١,٥١
	٠,٩٧٥	٢,١٨	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٨٠	١,٧٤	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤
	٠,٩٩	٢,٥٢	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٢	١,٩٤	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٣	١,٨٠
٦٠	٠,٥٠	٠,٩٦٧	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٤	٠,٩٩٨	١	١	١,٠١	١,٠١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٢٧	١,٢٥	١,٢٤	١,٢٢	١,٢١	١,٢٠	١,١٩	١,١٧	١,١٧	١,١٦	١,١٥	١,١٥
	٠,٩٠	١,٦٠	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٤	١,٤١	١,٤٠	١,٣٦	١,٣٥	١,٣٣	١,٣١	١,٢٩
	٠,٩٥	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٧	١,٤٤	١,٤١	١,٣٩
	٠,٩٧٥	٢,٠٦	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٢	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٧	١,٦٠	١,٥٨	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨
	٠,٩٩	٢,٣٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٤	١,٧٥	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٣	١,٦٠
١٢٠	٠,٥٠	٠,٩٦١	٠,٩٧٢	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٩	٠,٩٩٢	٠,٩٩٤	١	١	١	١,٠١	١,٠١
	٠,٧٥	١,٢٤	١,٢٢	١,٢١	١,١٩	١,١٨	١,١٧	١,١٦	١,١٤	١,١٣	١,١٢	١,١١	١,١٠
	٠,٩٠	١,٥٥	١,٤٨	١,٤٥	١,٤١	١,٣٧	١,٣٤	١,٣٢	١,٢٧	١,٢٦	١,٢٤	١,٢١	١,١٩
	٠,٩٥	١,٧٥	١,٦٦	١,٦١	١,٥٥	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٣	١,٣٧	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٨	١,٢٥
	٠,٩٧٥	١,٩٥	١,٨٢	١,٧٦	١,٦٩	١,٦١	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٥	١,٤٣	١,٣٩	١,٣٤	١,٣١
	٠,٩٩	٢,١٩	٢,٠٣	١,٩٥	١,٨٦	١,٧٦	١,٧٠	١,٦٦	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٨
∞	٠,٥٠	٠,٩٥٦	٠,٩٦٧	٠,٩٧٢	٠,٩٧٨	٠,٩٨٣	٠,٩٨٧	٠,٩٨٩	٠,٩٩٣	٠,٩٩٤	٠,٩٩٧	٠,٩٩٩	٢
	٠,٧٥	١,٢٢	١,١٩	١,١٨	١,١٦	١,١٤	١,١٣	١,١٢	١,٠٩	١,٠٨	١,٠٧	١,٠٤	١
	٠,٩٠	١,٤٩	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٦	١,٢٤	١,١٨	١,١٧	١,١٣	١,٠٨	١
	٠,٩٥	١,٦٧	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٦	١,٣٩	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٤	١,٢٢	١,١٧	١,١١	١
	٠,٩٧٥	١,٨٣	١,٧١	١,٦٤	١,٥٧	١,٤٨	١,٤٣	١,٣٩	١,٣٠	١,٢٧	١,٢١	١,١٣	١
	٠,٩٩	٢,٠٤	١,٨٨	١,٧٩	١,٧٠	١,٥٩	١,٥٢	١,٤٧	١,٣٦	١,٣٢	١,٢٥	١,١٥	١

جـدول ٥

توزيع « كا^{٢}» chi - square distribution



القيم بالجدول هى قيم كا$^{٢}_{د}$ (ح) بحيث ح [س < كا$^{٢}_{د}$ (ح)] = ح

لدرجات الحرية (د) أكبر من ٣٠ يستخدم تقريب التوزيع الطبيعى :

$$\text{كا}^{٢}_{د}(\text{ح}) = \text{د} \left[١ - \frac{٢}{٩_{د}} + \text{ط}(\text{ح}) \frac{٢}{٩_{د}} \right]^{٣}$$

حيث ط (ح) هى قيمة المتغير الطبيعى المعيارى .

جدول ٥
توزيع « كا٢ »

د / ح	٠,٩٩٩	٠,٩٩٥	٠,٩٩	٠,٩٧٥	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠
١	١٠,٨٢٧	٧,٨٧٩	٦,٦٣٥	٥,٠٢٤	٣,٨٤١	٢,٧٠٦	١,٦٤٢	١,٠٧٤
٢	١٣,٨١٥	١٠,٦٠	٩,٢١٠	٧,٣٧٨	٥,٩٩١	٤,٦٠٥	٣,٢١٩	٢,٤٠٨
٣	١٦,٢٦٨	١٢,٨٤	١١,٣٤٥	٩,٣٤٨	٧,٨١٥	٦,٢٥١	٤,٦٤٢	٣,٦٦٥
٤	١٨,٤٦٥	١٤,٨٦	١٣,٢٧٧	١١,١٤	٩,٤٨٨	٧,٧٧٩	٥,٩٨٩	٤,٨٧٨
٥	٢٠,٥١٧	١٦,٧٥	١٥,٠٨٦	١٢,٨٣	١١,٠٧٠	٩,٢٣٦	٧,٢٨٩	٦,٠٦٤
٦	٢٢,٤٥٧	١٨,٥٥	١٦,٨١٢	١٤,٤٥	١٢,٥٩٢	١٠,٦٤٥	٨,٥٥٨	٧,٢٣١
٧	٢٤,٣٢٢	٢٠,٢٨	١٨,٤٧٥	١٦,٠١	١٤,٠٦٧	١٢,٠١٧	٩,٨٠٣	٨,٣٨٣
٨	٢٦,١٢٥	٢١,٩٥	٢٠,٠٩٠	١٧,٥٣	١٥,٥٠٧	١٣,٣٦٢	١١,٠٣٠	٩,٥٢٤
٩	٢٧,٨٧٧	٢٣,٥٩	٢١,٦٦٦	١٩,٠٢	١٦,٩١٩	١٤,٦٨٤	١٢,٢٤٢	١٠,٦٥٦
١٠	٢٩,٥٨٨	٢٥,١٩	٢٣,٢٠٩	٢٠,٤٨	١٨,٣٠٧	١٥,٩٨٧	١٣,٤٤٢	١١,٧٨١
١١	٣١,٢٦٤	٢٦,٧٦	٢٤,٧٢٥	٢١,٩٢	١٩,٦٧٥	١٧,٢٧٥	١٤,٦٣١	١٢,٨٩٩
١٢	٣٢,٩٠٩	٢٨,٣٠	٢٦,٢١٧	٢٣,٣٤	٢١,٠٢٦	١٨,٥٤٩	١٥,٨١٢	١٤,٠١١
١٣	٣٤,٥٢٨	٢٩,٨٢	٢٧,٦٨٨	٢٤,٧٤	٢٢,٣٦٢	١٩,٨١٢	١٦,٩٨٥	١٥,١١٩
١٤	٣٦,١٢٣	٣١,٣٢	٢٩,١٤١	٢٦,١٢	٢٣,٦٨٥	٢١,٠٦٤	١٨,١٥١	١٦,٢٢٢
١٥	٣٧,٦٩٧	٣٢,٨٠	٣٠,٥٧٨	٢٧,٤٩	٢٤,٩٩٦	٢٢,٣٠٧	١٩,٣١١	١٧,٣٢٢
١٦	٣٩,٢٥٢	٣٤,٢٧	٣٢,٠٠٠	٢٨,٨٥	٢٦,٢٩٦	٢٣,٥٤٢	٢٠,٤٦٥	١٨,٤١٨
١٧	٤٠,٧٩٠	٣٥,٧٢	٣٣,٤٠٩	٣٠,١٩	٢٧,٥٨٧	٢٤,٧٦٩	٢١,٦١٥	١٩,٥١١
١٨	٤٢,٣١٢	٣٧,١٦	٣٤,٨٠٥	٣١,٥٣	٢٨,٩٦٩	٢٥,٩٨٩	٢٢,٧٦٠	٢٠,٦٠١
١٩	٤٣,٨٢٠	٣٨,٥٨	٣٦,١٩١	٣٢,٨٥	٣٠,١٤٤	٢٧,٢٠٤	٢٣,٩٠٠	٢١,٦٨٩
٢٠	٤٥,٣١٥	٤٠,٠٠٠	٣٧,٥٦٦	٣٤,١٧	٣١,٤١٠	٢٨,٤١٢	٢٥,٠٣٨	٢٢,٧٧٥
٢١	٤٦,٧٩٧	٤١,٤٠	٣٨,٩٣٢	٣٥,٤٨	٣٢,٦٧١	٢٩,٦١٥	٢٦,١٧١	٢٣,٨٥٨
٢٢	٤٨,٢٦٨	٤٢,٨٠	٤٠,٢٨٩	٣٦,٤٨	٣٣,٩٢٤	٣٠,٨١٣	٢٧,٣٠١	٢٤,٩٣٩
٢٣	٤٩,٧٢٨	٤٤,١٨	٤١,٦٣٨	٣٨,٠٨	٣٥,١٧٢	٣٢,٠٠٧	٢٨,٤٢٩	٢٦,٠١٨
٢٤	٥١,١٧٩	٤٥,٥٦	٤٢,٩٨٠	٣٩,٣٦	٣٦,٤١٥	٣٣,١٩٦	٢٩,٥٥٣	٢٧,٠٩٦
٢٥	٥٢,٦٢٠	٤٦,٩٣	٤٤,٣١٤	٤٠,٦٥	٣٧,٦٥٢	٣٤,٣٨٢	٣٠,٦٧٥	٢٨,١٧٢
٢٦	٥٤,٠٥٢	٤٨,٢٩	٤٥,٦٤٢	٤١,٩٢	٣٨,٨٨٥	٣٥,٥٦٣	٣١,٧٩٥	٢٩,٢٤٦
٢٧	٥٥,٤٧٦	٤٩,٦٤	٤٦,٩٦٣	٤٣,١٩	٤٠,١١٣	٣٦,٧٤١	٣٢,٩١٢	٣٠,٣١٩
٢٨	٥٦,٨٩٣	٥٠,٩٩	٤٨,٢٧٨	٤٤,٤٦	٤١,٣٣٧	٣٧,٩١٦	٣٤,٠٢٧	٣١,٣٩١
٢٩	٥٨,٣٠٢	٥٢,٣٤	٤٩,٥٨٨	٤٥,٧٢	٤٢,٥٥٧	٣٩,٠٨٧	٣٥,١٣٩	٣٢,٤٦١
٣٠	٥٩,٧٠٣	٥٣,٦٧	٥٠,٨٩٢	٤٦,٩٨	٤٣,٧٧٣	٤٠,٢٥٦	٣٦,٢٥٠	٣٣,٥٣٠

جدول ٥
توزيع « كا^{٢} »

د/ح	٠,٥٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
١	٠,٤٥٥	٠,١٤٨	٠,٠٦٤٢	٠,٠١٥٨	٠,٣٩٣	,٠٠٠٩٨	,٠٠٠١٦	,٠٠٠٠٣٩
٢	١,٣٨٦	٠,٧١٣	٠,٤٤٦	٠,٢١١	٠,١٠٣	,٠٥١	٠,٠٢٠١	٠,٠١٠
٣	٢,٣٦٦	١,٤٢٤	١,٠٠٥	٠,٥٨٤	٠,٣٥٢	٠,٢٢	٠,١١٥	٠,٠٧
٤	٣,٣٥٧	٢,١٩٥	١,٦٤٩	١,٠٦٤	٠,٧١١	٠,٤٨	٠,٢٩٧	٠,٢١
٥	٤,٣٥١	٣,٠٠	٢,٣٤٣	١,٦١٠	١,١٤٥	٠,٨٣	,٥٥٤	٠,٤١
٦	٥,٣٤٨	٣,٨٢٨	٣,٠٧٠	٢,٢٠٤	١,٦٣٥	١,٢٤	٠,٨٧٢	٠,٦٨
٧	٦,٣٤٦	٤,٦٧١	٣,٨٢٢	٢,٨٣٣	٢,١٦٧	١,٦٩	١,٢٣٩	٠,٩٩
٨	٧,٣٤٤	٥,٥٢٧	٤,٥٩٤	٣,٤٩٠	٢,٧٣٣	٢,١٨	١,٦٤٦	١,٣٤
٩	٨,٣٤٣	٦,٣٩٣	٥,٣٨٠	٤,١٦٨	٣,٣٢٥	٢,٧٠	٢,٠٨٨	١,٧٣
١٠	٩,٣٤٢	٧,٢٦٧	٦,١٧٩	٤,٨٦٥	٣,٩٤٠	٣,٢٥	٢,٥٥٨	٢,١٦
١١	١٠,٣٤١	٨,١٤٨	٦,٩٨٩	٥,٥٧٨	٤,٥٧٥	٣,٨٢	٣,٠٥٣	٢,٦٠
١٢	١١,٣٤٠	٩,٠٣٤	٧,٨٠٧	٦,٣٠٤	٥,٢٢٦	٤,٤٠	٣,٥٧١	٣,٧٠
١٣	١٢,٣٤٠	٩,٩٢٦	٨,٦٣٤	٧,٠٤٢	٥,٨٩٢	٥,٠١	٤,١٠٧	٣,٥٧
١٤	١٣,٣٣٩	١٠,٨٢١	٩,٤٦٧	٧,٧٩٠	٦,٥٧١	٥,٦٣	٤,٦٦٠	٤,٠٧
١٥	١٤,٣٣٩	١١,٧٢١	١٠,٣٠٧	٨,٥٤٧	٧,٢٦١	٦,٢٦	٥,٢٢٩	٤,٦٠
١٦	١٥,٣٣٨	١٢,٦٢٤	١١,١٥٢	٩,٣١٢	٧,٩٦٢	٦,٩١	٥,٨١٢	٥,١٤
١٧	١٦,٣٣٨	١٣,٥٣١	١٢,٠٠٢	١٠,٠٨٥	٨,٦٧٢	٧,٥٧	٦,٤٠٨	٥,٧٠
١٨	١٧,٣٣٨	١٤,٤٤٠	١٢,٨٥٧	١٠,٨٦٥	٩,٣٩٠	٨,٢٣	٧,٠١٥	٦,٢٦
١٩	١٨,٣٣٨	١٥,٣٥٢	١٣,٧١٦	١١,٦٥١	١٠,١١٧	٨,٩١	٧,٦٣٣	٦,٨٥
٢٠	١٩,٣٣٧	١٦,٢٦٦	١٤,٥٧٨	١٢,٤٤٣	١٠,٨٥١	٩,٥٩	٨,٢٦٠	٧,٤٣
٢١	٢٠,٣٣٧	١٧,١٨٢	١٥,٤٤٥	١٣,٢٤٠	١١,٥٩١	١٠,٢٨	٨,٨٩٧	٨,٠٤
٢٢	٢١,٣٣٧	١٨,١٠١	١٦,٣١٤	١٤,٠٤١	١٢,٣٣٨	١٠,٩٨	٩,٥٤٢	٨,٦٤
٢٣	٢٢,٣٣٧	١٩,٠٢١	١٧,١٨٧	١٤,٨٤٨	١٣,٠٩١	١١,٦٩	١٠,١٩٦	٩,٢٦
٢٤	٢٣,٣٣٧	١٩,٩٤٣	١٨,٠٦٢	١٥,٦٥٩	١٣,٨٤٨	١٢,٤٠	١٠,٨٥٦	٩,٨٩
٢٥	٢٤,٣٣٧	٢٠,٨٦٧	١٨,٩٤٠	١٦,٤٧٣	١٤,٦١١	١٣,١٢	١١,٥٢٤	١٠,٥٢
٢٦	٢٥,٣٣٦	٢١,٧٩٢	١٩,٨٢٠	١٧,٢٩٢	١٥,٣٧٩	١٣,٨٤	١٢,١٩٨	١١,١٦
٢٧	٢٦,٣٣٦	٢٢,٧١٩	٢٠,٧٠٣	١٨,١١٤	١٦,١٥١	١٤,٥٧	١٢,٨٧٩	١١,٨١
٢٨	٢٧,٣٣٦	٢٣,٦٤٧	٢١,٥٨٨	١٨,٩٣٩	١٦,٩٢٨	١٥,٣١٧	١٣,٥٦٥	١٢,٤٦
٢٩	٢٨,٣٣٦	٢٤,٥٧٧	٢٢,٤٧٥	١٩,٧٦٨	١٧,٧٠٨	١٦,٠٥	١٤,٢٥٦	١٣,١٢
٣٠	٢٩,٣٣٦	٢٥,٥٠٨	٢٣,٣٦٤	٢٠,٥٩٩	١٨,٤٩٣	١٦,٧٩	١٤,٩٥٣	١٣,٧٩

جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

The hypergeometric distribution

الجدول يعرض الاحتمال $ح_{ن، ں، ا}(س)$ وكذا $ح_{ن، ں، ا}(س)$ ويقتصر على حالة ن = ١٠

العلامة العشرية محذوفة لتبسيط العرض ــ تقسم القيم على ١,٠٠٠,٠٠٠

لزيادة الانتفاع بالجداول يمكن الاستعانة بالعلاقات التالية :

$$ح_{ن، ں، ا}(س) = ح_{ن، ا، ں}(س)$$

$$ح_{ن، ں، ا}(س) = ح_{ن، ا، ں}(س)$$

يمكن الاستعانة بتقريب توزيع ذى الحدين ــ وذلك فى حالة توافر الشروط المحددة لذلك ، حيث :

$$ح_{ن، ں، ا}(س) \approx ح_{ں، \frac{ا}{ن}}(س)$$

ں	ا	س	ح (س)	ح (س)
١	١	٠	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
١	١	١	١٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٢	١	٠	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٢	١	١	٢٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٢	٢	٠	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٢	٢	١	٣٥٥ ٥٥٦	٩٧٧ ٧٧٨
٢	٢	٢	٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	١	٠	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٣	١	١	٣٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	٢	٠	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧

تابع جدول ٦
التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٣	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٣	٢	٢	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٣	٣	٠	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٣	٣	١	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٣	٣	٢	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٣	٣	٣	٠٠٨ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	١	٠	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٤	١	١	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٢	٠	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٤	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٤	٢	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٣	٠	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٤	٣	١	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٤	٣	٣	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٤	٤	٠	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٤	٤	١	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٤	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٤	٤	٣	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٤	٤	٤	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	١	٠	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٥	١	١	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٢	٠	٢٢٢ ٢٢٢	٢٢٢ ٢٢٢

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	أ	س	ح (س)	ح (س)
٥	٢	١	٥٥٥ ٥٥٦	٧٧٧ ٧٧٨
٥	٢	٢	٢٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٣	٠	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٥	٣	١	٤١٦ ٦٦٧	٥٠٠ ٠٠٠
٥	٣	٢	٤١٦ ٦٦٧	٩١٦ ٦٦٧
٥	٣	٣	٠٨٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٤	٠	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٥	٤	١	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٥	٤	٢	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٥	٤	٣	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٥	٤	٤	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٥	٥	٠	٠٠٣ ٩٦٨	٠٠٣ ٩٦٨
٥	٥	١	٠٩٩ ٢٠٦	١٠٣ ١٧٥
٥	٥	٢	٣٩٦ ٨٢٥	٥٠٠ ٠٠٠
٥	٥	٣	٣٩٦ ٨٢٥	٨٩٦ ٨٢٥
٥	٥	٤	٠٩٩ ٢٠٦	٩٩٦ ٠٣٢
٥	٥	٥	٠٠٣ ٩٦٨	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	١	٠	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٦	١	١	٦٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٢	٠	١٣٣ ٣٣٣	١٣٣ ٣٣٣
٦	٢	١	٥٣٣ ٣٣٣	٦٦٦ ٦٦٧
٦	٢	٢	٣٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٣	٠	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣

تابع جدول ٦
التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٦	٣	١	٣٠٠٠٠٠	٣٣٣٣٣٣
٦	٣	٢	٥٠٠٠٠٠	٨٣٣٣٣٣
٦	٣	٣	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٤	٠	٠٠٤ ٧٦٢	٠٠٤ ٧٦٢
٦	٤	١	١١٤ ٢٨٦	١١٩ ٠٤٨
٦	٤	٢	٤٢٨ ٥٧١	٥٤٧ ٦١٩
٦	٤	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٩٢٨ ٥٧١
٦	٤	٤	٠٧١ ٤٢٩	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٥	١	٠٢٣ ٨١٠	٠٢٣ ٨١٠
٦	٥	٢	٢٣٨ ٠٩٥	٢٦١ ٩٠٥
٦	٥	٣	٤٧٦ ١٩٠	٧٣٨ ٠٩٥
٦	٥	٤	٢٣٨ ٠٩٥	٩٧٦ ١٩٠
٦	٥	٥	٠٢٣ ٨١٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٦	٦	٢	٠٧١ ٤٢٩	٠٧١ ٤٢٩
٦	٦	٣	٣٨٠ ٩٥٢	٤٥٢ ٣٨١
٦	٦	٤	٤٢٨ ٥٧١	٨٨٠ ٩٥٢
٦	٦	٥	١١٤ ٢٨٦	٩٩٥ ٢٣٨
٦	٦	٦	٠٠٤ ٧٦٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	١	٠	٣٠٠ ٠٠٠	٣ ٠٠ ٠٠٠
٧	٧	١	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٢	٠	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٧	٢	١	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٧	٢	٢	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٣	٠	٠٠٨ ٣٣٣	٠٠٨ ٣٣٣

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ح (س)	ح (س)
٧	٣	١	١٧٥ ٠٠٠	١٨٣ ٣٣٣
٧	٣	٢	٥٢٥ ٠٠٠	٧٠٨ ٣٣٣
٧	٣	٣	٢٩١ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٤	١	٠٣٣ ٣٣٣	٠٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٣	٥٠٠ ٠٠٠	٨٣٣ ٣٣٣
٧	٤	٤	١٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٥	٢	٠٨٣ ٣٣٣	٠٨٣ ٣٣٣
٧	٥	٣	٤١٦ ٦٦٧	٥٠٠ ٠٠٠
٧	٥	٤	٤١٦ ٦٦٧	٩١٦ ٦٦٧
٧	٥	٥	٠٨٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٦	٣	١٦٦ ٦٦٧	١٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٦٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٥	٣٠٠ ٠٠٠	٩٦٦ ٦٦٧
٧	٦	٦	٠٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٧	٧	٤	٢٩١ ٦٦٧	٢٩١ ٦٦٧
٧	٧	٥	٥٢٥ ٠٠٠	٨١٦ ٦٦٧
٧	٧	٦	١٧٥ ٠٠٠	٩٩١ ٦٦٧
٧	٧	٧	٠٠٠ ٨٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	١	٠	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٨	١	١	٨٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٢	٠	٠٢٢ ٢٢٢	٠٢٢ ٢٢٢
٨	٢	١	٣٥٥ ٥٥٦	٣٧٧ ٧٧٨
٨	٢	٢	٦٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	ا	س	ع (س)	ح (س)
٨	٣	١	٠٦٦ ٦٦٧	٠٦٦ ٦٦٧
٨	٣	٢	٤٦٦ ٦٦٧	٥٣٣ ٣٣٣
٨	٣	٣	٤٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٤	٢	١٣٣ ٣٣٣	١ ٣٣٣ ٣٣٣
٨	٤	٣	٥٣٣ ٣٣٣	٦٦٦ ٦٦٧
٨	٤	٤	٣٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٥	٣	٢٢٢ ٢٢.٢	٢٢٢ ٢٢٢
٨	٥	٤	٥٥٥ ٥٥٦	٧٧٧ ٧٧٨
٨	٥	٥	٢٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٦	٤	٣٣٣ ٣٣٣	٣٣٣ ٣٣٣
٨	٦	٥	٥٣٣ ٣٣٣	٨٦٦ ٦٦٧
٨	٦	٦	١٣٣ ٣٣٣	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٧	٥	٤٦٦ ٦٦٧	٤٦٦ ٦٦٧
٨	٧	٦	٤٦٦ ٦٦٧	٩٣٣ ٣٣٣
٨	٧	٧	٠٦٦ ٦٦٧	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٨	٨	٦	٦٢٢ ٢٢٢	٦٢٢ ٢٢٢
٨	٨	٧	٣٥٥ ٥٥٦	٩٧٧ ٧٧٨
٨	٨	٨	٠٢٢ ٢٢٢	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	١	٠	١٠٠ ٠٠٠	١٠٠ ٠٠٠
٩	١	١	٩٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٢	١	٢٠٠ ٠٠٠	٢٠٠ ٠٠٠
٩	٢	٢	٨٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٢	٣٠٠ ٠٠٠	٣٠٠ ٠٠٠
٩	٣	٣	٧٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠

تابع جدول ٦

التوزيع الهيبرجيومترى

ن	أ	س	ع (س)	ح (س)
٩	٤	٣	٤٠٠ ٠٠٠	٤٠٠ ٠٠٠
٩	٤	٤	٦٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٤	٥٠٠ ٠٠٠	٥٠٠ ٠٠٠
٩	٥	٥	٥٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٥	٦٠٠ ٠٠٠	٦٠٠ ٠٠٠
٩	٦	٦	٤٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٦	٧٠٠ ٠٠٠	٧٠٠ ٠٠٠
٩	٧	٧	٣٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٧	٨٠٠ ٠٠٠	٨٠٠ ٠٠٠
٩	٨	٨	٢٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٨	٩٠٠ ٠٠٠	٩٠٠ ٠٠٠
٩	٩	٩	١٠٠ ٠٠٠	١ ٠٠٠ ٠٠٠

جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

Cumulative binomial distribution

الجدول يعرض قيم ح ن ، ق (س)

ح ن ، ق (س) = ١ − ح ن ، ١ − ق (ن − س − ١)

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١	٠	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	٠,٩٥	٠,٩٩
٢	٠	٠,٢٥	٠,٣٦	٠,٤٩	٠,٦٤	٠,٨١	٠,٩٠٢٥	٠,٩٨٠١
	١	٠,٧٥	٠,٨٤	٠,٩١	٠,٩٦	٠,٩٩	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٩٩
٣	٠	٠,١٢٥	٠,٢١٦	٠,٣٤٣	٠,٥١٢	٠,٧٢٩	٠,٨٥٧٤	٠,٩٧٠٣
	١	٠,٥٠	٠,٦٤٨	٠,٧٨٤	٠,٨٩٦	٠,٩٧٢	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٩٧
	٢	٠,٨٧٥	٠,٩٣٦	٠,٩٧٣	٠,٩٩٢	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٩	١
٤	٠	٠,٠٦٢٥	٠,١٢٩٦	٠,٢٤٠١	٠,٤٠٩٦	٠,٦٥٦١	٠,٨١٤٥	٠,٩٦٠٦
	١	٠,٣١٢٥	٠,٤٧٥٢	٠,٦٥١٧	٠,٨١٩٢	٠,٩٤٧٧	٠,٩٨٦	٠,٩٩٩٤
	٢	٠,٦٨٧٥	٠,٨٢٠٨	٠,٩١٦٣	,٩٧٢٨	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٥	١
	٣	٠,٩٣٧٥	٠,٩٧٤٤	٠,٩٩١٩	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١	١
٥	٠	٠,٠٣١٣	٠,٠٧٧٨	,١٦٨١	٠,٣٢٧٧	٠,٥٩٠٥	٠,٧٧٣٨	٠,٩٥١٠
	١	٠,١٨٧٥	٠,٣٣٧	٠,٥٢٨٢	٠,٧٣٧٣	٠,٩١٨٥	٠,٩٧٧٤	٠,٩٩٩
	٢	٠,٥٠٠٠	٠,٦٨٢٦	٠,٨٣٦٩	٠,٩٤٢١	٠,٩٩١٤	٠,٩٩٨٨	١
	٣	٠,٨١٢٥	٠,٩١٣	٠,٩٦٩٢	٠,٩٩٣٣	٠,٩٩٩٥	١	١
	٤	٠,٩٦٨٨	٠,٩٨٩٨	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٩٧	١	١	١
٦	٠	٠,٠١٥٦	٠,٠٤٦٧	٠,١١٧٦	٠,٢٦٢١	٠,٥٣١٤	٠,٧٣٥١	٠,٩٤١٥
	١	٠,١٠٩٤	٠,٢٣٣٣	٠,٤٤٠٢	٠,٦٥٥٤	٠,٨٨٥٧	٠,٩٦٧٢	٠,٩٩٨٥
	٢	٠,٣٤٣٨	٠,٥٤٤٣	٠,٧٤٤٣	٠,٩٠١١	٠,٩٨٤١	٠,٩٩٧٨	١
	٣	٠,٦٥٦٣	٠,٨٢٠٨	٠,٩٢٩٥	٠,٩٨٣	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١
	٤	٠,٨٩٠٦	٠,٩٥٩	٠,٩٨٩١	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٦	٥	٠,٩٨٤٤	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
٧	٠	٠,٠٠٧٨	٠,٠٢٨٠	٠,٠٨٢٤	٠,٢٠٩٧	٠,٤٧٨٣	٠,٦٩٨٣	٠,٩٣٢١
	١	٠,٠٦٢٥	٠,١٥٨٦	٠,٣٢٩٤	٠,٥٧٦٧	٠,٨٥٠٣	٠,٩٥٥٦	٠,٩٩٨٠
	٢	٠,٢٢٦٦	٠,٤١٩٩	٠,٦٤٧١	٠,٨٥٢٠	٠,٩٧٤٣	٠,٩٩٦٢	١
	٣	٠,٥٠٠٠	٠,٧١٠٢	٠,٨٧٤٠	٠,٩٦٦٧	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٩٨	١
	٤	٠,٧٧٣٤	٠,٩٠٣٧	٠,٩٧١٢	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٩٨	١	١
	٥	٠,٩٣٧٥	٠,٩٨١٢	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦	١	١	١
	٦	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١
٨	٠	٠,٠٠٣٩	٠,٠١٦٨	٠,٠٥٧٦	٠,١٦٧٨	٠,٤٣٠٥	٠,٦٦٣٤	٠,٩٢٢٧
	١	٠,٠٣٥٢	٠,١٠٦٤	٠,٢٥٥٣	٠,٥٠٣٣	٠,٨١٣١	٠,٩٤٢٨	٠,٩٩٧٣
	٢	٠,١٤٤٥	٠,٣١٥٤	٠,٥٥١٨	٠,٧٩٦٩	٠,٩٦١٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,٣٦٣٣	٠,٥٩٤١	٠,٨٠٥٩	٠,٩٤٣٧	٠,٩٩٥	٠,٩٩٩٦	١
	٤	٠,٦٣٦٧	٠,٨٢٦٣	٠,٩٤٢٠	٠,٩٨٩٦	,٩٩٩٦	١	١
	٥	٠,٨٥٥٥	٠,٩٥٠٢	٠,٩٨٨٧	٠,٩٩٨٨	١	١	١
	٦	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩١٥	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٧	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
٩	٠	٠,٠٠٢	٠,٠١٠١	٠,٠٤٠٤	٠,١٣٤٢	٠,٣٨٧٤	٠,٦٣٠٢	٠,٩١٣٥
	١	٠,٠١٩٥	٠,٠٧٠٥	٠,١٩٦٠	٠,٤٣٦٢	٠,٧٧٤٨	٠,٩٢٨٨	٠,٩٩٦٦
	٢	٠,٠٨٩٨	٠,٢٣١٨	٠,٤٦٢٨	٠,٧٣٨٢	٠,٩٤٧٠	٠,٩٩١٦	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,٢٥٣٩	٠,٤٨٢٦	٠,٧٢٩٧	٠,٩١٤٤	٠,٩٩١٧	٠,٩٩٩٤	١
	٤	٠,٥٠٠٠	٠,٧٣٣٤	٠,٩٠١٢	٠,٩٨٠٤	٠,٩٩٩١	١	١
	٥	٠,٧٤٦١	٠,٩٠٠٦	٠,٩٧٤٧	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٩٩	١	١
	٦	٠,٩١٠٢	٠,٩٧٥٠	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٧	٠,٩٨٠٥	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ف	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٩	٨	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١	١
١٠	٠	٠,٠٠١	٠,٠٠٦	٠,٠٢٨٢	,١٠٧٤	٠,٣٤٨٧	٠,٥٩٨٧	٠,٩٠٤٤
	١	٠,٠١٠٧	٠,٠٤٦٤	٠,١٤٩٣	٠,٣٧٥٨	٠,٧٣٦١	٠,٩١٣٩	٠,٩٩٥٧
	٢	٠,٠٥٤٧	٠,١٦٧٣	٠,٣٨٢٨	٠,٦٧٧٨	٠,٩٢٩٨	٠,٩٨٨٥	٠,٩٩٩٩
	٣	٠,١٧١٩	٠,٣٨٢٣	٠,٦٤٩٦	٠,٨٧٩١	٠,٩٨٧٢	٠,٩٩٩٠	١
	٤	٠,٣٧٧	٠,٦٣٣١	٠,٨٤٩٧	٠,٩٦٧٢	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٩٩	١
	٥	٠,٦٢٣	٠,٦٣٣٨	٠,٩٥٢٦	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٩	١	١
	٦	٠,٨٢٨١	٠,٩٤٥٢	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩١	١	١	١
	٧	٠,٩٤٥٣	٠,٩٨٧٧	٠,٩٩٩٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٨	٠,٩٨٩٣	٠,٩٩٨٣	١	١	١	١	١
	٩	٠,٩٩٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
١١	٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٣٦	٠,٠١٩٨	٠,٠٨٥٩	٠,٣١٣٨	٠,٥٦٨٨	٠,٨٩٥٣
	١	٠,٠٠٥٩	٠,٠٣٠٢	٠,١١٣٠	٠,٣٢٢١	٠,٦٩٧٤	٠,٨٩٨١	٠,٩٩٤٨
	٢	٠,٠٣٢٧	٠,١١٨٩	٠,٣١٢٧	٠,٦١٧٤	٠,٩١٠٤	٠,٩٨٤٨	٠,٩٩٩٨
	٣	٠,١١٣٣	٠,٢٩٦٣	٠,٥٦٩٦	٠,٨٣٦٩	٠,٩٨١٥	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠
	٤	٠,٢٧٤٤	٠,٥٣٢٨	٠,٧٨٩٧	٠,٩٤٩٦	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠
	٥	٠,٥٠٠٠	٠,٧٥٣٥	٠,٩٢١٨	٠,٩٨٨٣	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠	١
	٦	٠,٧٢٥٦	٠,٩٠٠٦	٠,٩٧٨٤	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠	١	١
	٧	٠,٨٨٦٧	٠,٩٧٠٧	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	٨	٠,٩٦٧٣	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠	١	١	١
	٩	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٣	١	١	١	١	١
	١٠	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١	١
١٢	٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٢٢	٠,٠١٣٨	٠,٠٦٨٧	٠,٢٨٢٤	٠,٥٤٠٤	٠,٨٨٦٤
	١	٠,٠٠٣٢	٠,٠١٩٦	٠,٠٨٥٠	٠,٢٧٤٩	٠,٦٥٩٠	٠,٨٨١٦	٠,٩٩٣٨

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٢	٢	٠,٠١٩٣	٠,٠٨٣٤	٠,٢٥٢٨	٠,٥٥٨٣	٠,٨٨٩١	٠,٩٨٠٤	٠,٩٩٩٨
	٣	٠,٠٧٣٠	٠,٢٢٥٣	٠,٤٩٢٥	٠,٧٩٤٦	٠,٩٧٤٤	٠,٩٩٧٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,١٩٣٨	٠,٤٣٨٢	٠,٧٢٣٧	٠,٩٢٧٤	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٣٨٧٢	٠,٦٦٥٢	٠,٨٨٢١	٠,٩٨٠٦	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٦٢١٨	٠,٨٤١٨	٠,٩٦١٤	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٨٠٦٢	٠,٩٤٢٧	٠,٩٩٠٥	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٩٢٧٠	٠,٩٨٤٧	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٩	٠,٩٨٠٧	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٩٦٨	,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
١٣	٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٣	٠,٠٠٩٧	٠,٠٥٥٠	٠,٢٥٤٢	٠,٥١٣٣	٠,٨٧٧٥
	١	٠,٠٠١٧	٠,٠١٢٦	٠,٠٦٣٧	٠,٢٣٣٦	٠,٦٢١٣	٠,٨٦٤٦	٠,٩٩٢٨
	٢	٠,٠١١٢	٠,٠٥٧٩	٠,٢٠٢٥	٠,٥٠١٧	٠,٨٦٦١	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٩٧
	٣	٠,٠٤٦١	٠,١٦٨٦	٠,٤٢٠٦	٠,٧٤٧٣	٠,٩٦٥٨	٠,٩٩٦٩	١,٠٠٠٠
	٤	٠,١٣٣٤	٠,٣٥٣٠	٠,٦٥٤٣	٠,٩٠٠٩	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٢٩٠٥	٠,٥٧٤٤	٠,٨٣٤٦	٠,٩٧٠٠	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٥٠٠٠	٠,٧٧١٢	٠,٩٣٧٦	٠,٩٩٣٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٧٠٩٥	٠,٩٠٢٣	٠,٩٨١٨	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٨٦٦٦	٠,٩٦٧٩	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٩٨	١	٠١	١
	٩	٠,٩٥٣٩	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٨٨٨	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ف		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٤	٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٠٨	٠,٠٠٦٨	٠,٠٤٤٠	٠,٢٢٨٨	٠,٤٨٧٧	٠,٨٦٨٧
	١	٠,٠٠٠٩	٠,٠٠٨١	٠,٠٤٧٥	٠,١٩٧٩	٠,٥٨٤٦	٠,٨٤٧٠	٠,٩٩١٦
	٢	٠,٠٠٦٥	٠,٠٣٩٨	٠,١٦٠٨	٠,٤٤٨١	٠,٨٤١٦	٠,٩٦٩٩	٠,٩٩٩٧
	٣	٠,٠٢٨٧	٠,١٢٤٣	٠,٣٥٥٢	٠,٦٩٨٢	٠,٩٥٥٩	٠,٩٩٥٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٨٩٨	٠,٢٧٩٣	٠,٥٨٤٢	٠,٨٧٠٢	٠,٩٩٠٨	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٢١٢٠	٠,٤٨٥٩	٠,٧٨٠٥	٠,٩٥٦١	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٣٩٥٣	٠,٦٩٢٥	٠,٩٠٦٧	٠,٩٨٨٤	,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٦٠٤٧	٠,٨٤٩٩	٠,٩٦٨٥	٠,٩٩٧٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٧٨٨٠	٠,٩٤١٧	٠,٩٩١٧	٠,٩٩٩٦	١	١	١
	٩	٠,٩١٠٢	٠,٩٨٢٥	٠,٩٩٨٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٠	٠,٩٧١٣	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١
	١١	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
١٥	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٤٧	٠,٠٣٥٢	٠,٢٠٥٩	٠,٤٦٣٣	٠,٨٦٠١
	١	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٥٢	٠,٠٣٥٣	٠,١٦٧١	٠,٥٤٩٠	٠,٨٢٩٠	٠,٩٩٠٤
	٢	٠,٠٠٣٧	٠,٠٧٢١	٠,١٢٦٨	٠,٣٩٨٠	٠,٨١٥٩	٠,٩٦٣٨	٠,٩٩٩٦
	٣	٠,٠١٧٦	٠,٠٩٠٥	٠,٢٩٦٩	٠,٦٤٨٢	٠,٩٤٤٤	٠,٩٩٤٥	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٥٩٢	٠,٢١٧٣	٠,٥١٥٥	٠,٨٣٥٨	٠,٩٨٧٣	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠
	٥	٠,١٥٠٩	٠,٤٠٣٢	٠,٧٢١٦	٠,٩٣٨٩	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٣٠٣٦	٠,٦٠٩٨	٠,٨٦٨٩	٠,٩٨١٩	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٥٠٠٠	٠,٧٨٦٩	٠,٩٥٠٠	٠,٩٩٥٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٦٩٦٤	٠,٩٠٥٠	٠,٩٨٤٨	٠,٩٩٩٢	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٥	٩	٠,٨٤٩١	٠,٩٦٦٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٠	٠,٩٤٠٨	٠,٩٩٠٧	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١١	٠,٩٨٢٤	٠,٩٩٨١	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٦	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣	٠,٠٢٨١	٠,١٨٥٣	٠,٤٤٠١	٠,٨٥١٥
	١	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣	٠,٠٢٦١	٠,١٤٠٧	٠,٥١٤٧	٠,٨١٠٨	٠,٩٨٩١
	٢	٠,٠٠٢١	٠,٠١٨٣	٠,٠٩٩٤	٠,٣٥١٨	٠,٧٨٩٢	٠,٩٥٧١	٠,٩٩٩٥
	٣	٠,٠١٠٦	٠,٠٦٥١	٠,٢٤٥٩	٠,٥٩٨١	٠,٩٣١٦	٠,٩٩٣٠	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٣٨٤	٠,١٦٦٦	٠,٤٤٩٩	٠,٧٩٨٢	٠,٩٨٣٠	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠
	٥	٠,١٠٥١	٠,٣٢٨٨	٠,٦٥٩٨	٠,٩١٨٣	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٢٢٧٢	٠,٥٢٧٢	٠,٨٢٤٧	٠,٩٧٣٣	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٤٠١٨	٠,٧١٦١	٠,٩٢٥٦	٠,٩٩٣٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٥٩٨٢	٠,٨٥٧٧	٠,٩٧٤٣	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٧٧٢٨	٠,٩٤١٧	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	١٠	٠,٨٩٤٩	٠,٩٨٠٩	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١١	٠,٩٦١٦	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٢	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩١	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٧	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٢٣	٠,٠٢٢٥	٠,١٦٦٨	٠,٤١٨١	٠,٨٤٢٩
	١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٢١	٠,٠١٩٣	٠,١١٨٢	٠,٤٨١٨	٠,٧٩٢٢	٠,٩٨٧٧
	٢	٠,٠٠١٢	٠,٠١٢٣	٠,٠٧٧٤	٠,٣٠٩٦	٠,٧٦١٨	٠,٩٤٩٧	٠,٩٩٩٤
	٣	٠,٠٠٦٤	٠,٠٤٦٤	٠,٢٠١٩	٠,٥٤٨٩	٠,٩١٧٤	٠,٩٩١٢	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٢٤٥	٠,١٢٦٠	٠,٣٨٨٧	٠,٧٥٨٢	٠,٩٧٧٩	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٧١٧	٠,٢٦٣٩	٠,٥٩٦٨	٠,٨٩٤٣	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	٦	٠,١٦٦٢	٠,٤٤٧٨	٠,٧٧٥٢	٠,٩٦٢٣	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٣١٤٥	٠,٦٤٠٥	٠,٨٩٥٤	٠,٩٨٩١	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٥٠٠٠	٠,٨٠١١	٠,٩٥٩٧	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٦٨٥٥	٠,٩٠٨١	٠,٩٨٧٣	٠,٩٩٩٥	١	١	١
	١٠	٠,٨٣٣٨	٠,٩٦٥٢	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١١	٠,٩٢٨٣	٠,٩٨٩٤	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٢	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٨	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٦	٠,٠٢٨٠	٠,١٥٠١	٠,٣٩٧٢	٠,٨٣٤٥
	١	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١٣	٠,٠١٤٢	٠,٠٩٩١	٠,٤٥٠٣	٠,٧٧٣٥	٠,٩٨٦٢
	٢	٠,٠٠٠٧	٠,٠٠٨٢	٠,٠٦٠٠	٠,٢٧١٣	٠,٧٣٣٨	٠,٩٤١٩	٠,٩٩٩٣
	٣	٠,٠٠٣٨	٠,٠٣٢٨	٠,١٦٤٦	٠,٥٠١٠	٠,٩٠١٨	٠,٩٨٩١	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠١٥٤	٠,٠٩٤٢	٠,٣٣٢٧	٠,٧١٦٤	٠,٩٧١٨	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٤٨١	٠,٢٠٨٨	٠,٥٣٤٤	٠,٨٦٧١	٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٨	٦	٠,١١٨٩	٠,٣٧٤٣	٠,٧٢١٧	٠,٩٤٨٧	٠,٩٩٨٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٢٤٠٣	٠,٥٦٣٤	٠,٨٥٩٣	٠,٩٨٣٧	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٤٠٧٣	٠,٧٣٦٨	٠,٩٤٠٤	٠,٩٩٥٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٥٩٢٧	٠,٨٦٥٣	٠,٩٧٩٠	٠,٩٩٩١	١	١	١
	١٠	٠,٧٥٩٧	٠,٩٤٢٤	٠,٩٩٣٩	٠,٩٩٩٨	١	١	١
	١١	٠,٨٨١١	٠,٩٧٩٧	٠,٩٩٨٦	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٢	٠,٩٥١٩	٠,٩٩٤٢	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٣	٠,٩٨٤٦	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٩٣	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٦	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١	١
	١٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٩	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠١١	٠,٠١٤٤	٠,١٣٥١	٠,٣٧٧٤	٠,٨٢٦٢
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠١٠٤	٠,٠٨٢٩	٠,٤٢٠٣	٠,٧٥٤٧	٠,٩٨٤٧
	٢	٠,٠٠٠٤	٠,٠٠٥٥	٠,٠٤٦٢	٠,٢٣٦٩	٠,٧٠٥٤	٠,٩٣٣٥	٠,٩٩٩١
	٣	٠,٠٠٢٢	٠,٠٢٣٠	٠,١٣٣٢	٠,٤٥٥١	٠,٨٨٥٠	٠,٩٨٦٨	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٠٩٦	٠,٠٦٩٦	٠,٢٨٢٢	٠,٦٧٣٣	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٣١٨	٠,١٦٢٩	٠,٤٧٣٩	٠,٨٣٦٩	٠,٩٩١٤	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٨٣٥	٠,٣٠٨١	٠,٦٦٥٥	٠,٩٣٢٤	٠,٩٩٨٣	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,١٧٩٦	٠,٤٨٧٨	٠,٨١٨٠	٠,٩٧٦٧	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٣٢٣٨	٠,٦٦٧٥	٠,٩١٦١	٠,٩٩٣٣	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٥٠٠٠	٠,٨١٣٩	٠,٩٦٧٤	٠,٩٩٨٤	١	١	١
	١٠	٠,٦٧٦٢	٠,٩١١٥	٠,٩٨٩٥	٠,٩٩٩٧	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٩	١١	٠,٨٢٠٤	٠,٩٦٤٨	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٢	٠,٩١٦٥	٠,٩٨٨٤	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٣	٠,٩٦٨٢	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٩٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	١٦	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
٢٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠١١٥	٠,١٢١٦	٠,٣٥٨٥	٠,٨١٧٩
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٥	٠,٠٠٧٦	٠,٠٦٩٢	٠,٣٩١٧	٠,٧٣٥٨	٠,٩٨٣١
	٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٠٣٦	٠,٠٣٥٥	٠,٢٠٦١	٠,٦٧٦٩	٠,٩٢٤٥	٠,٩٩٩٠
	٣	٠,٠٠١٣	٠,٠١٦٠	٠,١٠٧١	٠,٤١١٤	٠,٨٦٧٠	٠,٩٨٤١	١,٠٠٠٠
	٤	٠,٠٠٥٩	٠,٠٥١٠	٠,٢٣٧٥	٠,٦٢٩٦	٠,٩٥٦٨	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠
	٥	٠,٠٢٠٧	٠,١٢٥٦	٠,٤١٦٤	٠,٨٠٤٢	٠,٩٨٨٧	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٥٧٧	٠,٢٥٠٠	٠,٦٠٨٠	٠,٩١٣٣	٠,٩٩٧٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٧	٠,١٣١٦	٠,٤١٥٩	٠,٧٧٢٣	٠,٩٦٧٩	٠,٩٩٩٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٢٥١٧	٠,٥٩٥٦	٠,٨٨٦٧	٠,٩٩٠٠	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٤١١٩	٠,٧٥٥٣	٠,٩٥٢٠	٠,٩٩٧٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٥٨٨١	٠,٨٧٢٥	٠,٩٨٢٩	٠,٩٨٢٩	٠,٩٩٩٤	١	١
	١١	٠,٧٤٨٣	٠,٩٤٣٥	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	١٢	٠,٨٦٨٤	٠,٩٧٩٠	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١
	١٣	٠,٩٤٢٣	٠,٩٩٣٥	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	١٤	٠,٩٧٩٣	٠,٩٩٨٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	١٥	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٢٠	١٦	٠,٩٩٨٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	١٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	١٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
٥٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٢	٠,٠٧٦٩	٠,٦٠٥٠
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٣٣٨	٠,٢٧٩٤	٠,٩١٠٦
	٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٣	٠,١١١٧	٠,٥٤٠٥	٠,٩٨٦٢
	٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,٢٥٠٣	٠,٧٦٠٤	٠,٩٩٨٤
	٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٨٥	٠,٤٣١٢	٠,٨٩٦٤	٠,٩٩٩٩
	٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٧	٠,٠٤٨٠	٠,٦١٦١	٠,٩٦٢٢	١,٠٠٠٠
	٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٥	٠,١٠٣٤	٠,٧٧٠٢	٠,٩٨٨٢	١,٠٠٠٠
	٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٧٣	٠,١٩٠٤	٠,٨٧٧٩	٠,٩٩٦٨	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٨٣	٠,٣٠٧٣	٠,٩٤٢١	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٨	٠,٠٤٠٢	٠,٤٤٣٧	٠,٩٧٥٥	٠,٩٩٩٨	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٢	٠,٠٧٨٩	٠,٥٨٣٦	٠,٩٩٠٦	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,١٣٩٠	٠,٧١٠٧	٠,٩٩٦٨	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠١٣٣	٠,٢٢٢٩	٠,٨١٣٩	٠,٩٩٩٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٣	٠,٠٠٠٥	٠,٠٢٨٠	٠,٣٢٧٩	٠,٨٨٩٤	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٤	٠,٠٠١٣	٠,٠٥٤٠	٠,٤٤٦٨	٠,٩٣٩٣	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٥	٠,٠٠٣٣	٠,٠٩٥٥	٠,٥٦٩٢	٠,٩٦٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٦	٠,٠٠٧٧	٠,١٥٦١	٠,٦٨٣٩	٠,٩٨٥٦	١	١	١
	١٧	٠,٠١٦٤	٠,٢٣٦٩	٠,٧٨٢٢	٠,٩٩٣٧	١	١	١
	١٨	٠,٠٣٢٥	٠,٣٣٥٦	٠,٨٥٩٤	٠,٩٩٧٥	١	١	١
	١٩	٠,٠٥٩٥	٠,٤٤٦٥	٠,٩١٥٢	٠,٩٩٩١	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
٥٠	٢٠	٠,١٠١٣	٠,٥٦١٠	٠,٩٥٢٢	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٢١	٠,١٦١١	٠,٦٧٠١	٠,٩٧٤٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٢٢	٠,٢٣٩٩	٠,٧٦٦٠	٠,٩٨٧٧	١,٠٠٠٠	١	١	١
	٢٣	٠,٣٣٥٩	٠,٨٤٣٨	٠,٩٩٤٤	١	١	١	١
	٢٤	٠,٤٤٣٩	٠,٩٠٢٢	٠,٩٩٧٦	١	١	١	١
	٢٥	٠,٥٥٦١	٠,٩٤٢٧	٠,٩٩٩١	١	١	١	١
	٢٦	٠,٦٦٤١	٠,٩٦٨٦	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	٢٧	٠,٧٦٠١	٠,٩٨٤٠	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٢٨	٠,٨٣٨٩	٠,٩٩٢٤	١,٠٠٠٠	١	١	١	١
	٢٩	٠,٨٩٨٧	٠,٩٩٦٦	١	١	١	١	١
	٣٠	٠,٩٤٠٥	٠,٩٩٨٦	١	١	١	١	١
	٣١	٠,٩٦٧٥	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١
	٣٢	٠,٩٨٣٦	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	٣٣	٠,٩٩٢٣	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	٣٤	٠,٩٩٦٧	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	٣٥	٠,٩٩٨٧	١	١	١	١	١	١
	٣٦	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١	١	١
	٣٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	٣٨	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١
١٠٠	٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٩	٠,٣٦٦٠
	١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٣٧١	٠,٧٣٥٨
	٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٩	٠,١١٨٣	٠,٩٢٠٦
	٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٧٨	٠,٢٥٧٨	٠,٩٨١٦

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٣٧	٠,٤٣٦٠	٠,٩٩٦٦
	٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٥٧٦	٠,٦١٦٠	٠,٩٩٩٥
	٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,١١٧٢	٠,٧٦٦٠	٠,٩٩٩٩
	٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٢٠٦١	٠,٨٧٢٠	١,٠٠٠٠
	٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٩	٠,٣٢٠٩	٠,٩٣٦٩	١,٠٠٠٠
	٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٣	٠,٤٥١٣	٠,٩٧١٨	١,٠٠٠٠
	١٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٥٧	٠,٥٨٣٢	٠,٩٨٨٥	١,٠٠٠٠
	١١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٢٦	٠,٧٠٣٠	٠,٩٩٥٧	١,٠٠٠٠
	١٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٥٣	٠,٨٠١٨	٠,٩٩٨٥	١,٠٠٠٠
	١٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٤٦٩	٠,٨٧٦١	٠,٩٩٩٥	١,٠٠٠٠
	١٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٢	٠,٠٨٠٤	٠,٩٢٧٤	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠
	١٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٤	٠,١٢٨٥	٠,٩٦٠١	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٠	٠,١٩٢٣	٠,٩٧٩٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٢	٠,٢٧١٢	٠,٩٩٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٥	٠,٣٦٢١	٠,٩٩٥٤	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	١٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٨٩	٠,٤٦٠٢	٠,٩٩٨٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٦٥	٠,٥٥٩٥	٠,٩٩٩٢	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢١	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٨٨	٠,٦٥٤٠	٠,٩٩٩٧	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٢	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠١	٠,٠٤٧٩	٠,٧٣٨٩	٠,٩٩٩٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٣	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٣	٠,٠٧٥٥	٠,٨١٠٩	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠	١,٠٠٠٠
	٢٤	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٠٦	٠,١١٣٦	٠,٨٦٨٦	١	١	١
	٢٥	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠١٢	٠,١٦٣١	٠,٩١٢٥	١	١	١
	٢٦	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٢٤	٠,٢٢٤٤	٠,٩٤٤٢	١	١	١

تابع جدول ٧

توزيع ذى الحدين المتجمع

ن	س / ق	٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٢٧	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٦	٠,٢٩٦٤	٠,٩٦٥٨	١	١	١
	٢٨	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٨٤	٠,٣٧٦٨	٠,٩٨٠٠	١	١	١
	٢٩	٠,٠٠٠٠	٠,٠١٤٨	٠,٤٦٢٣	٠,٩٨٨٨	١	١	١
	٣٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٢٤٨	٠,٥٤٩١	٠,٩٩٣٩	١	١	١
	٣١	٠,٠٠٠١	٠,٠٣٩٨	٠,٦٣٣١	٠,٩٩٦٩	١	١	١
	٣٢	٠,٠٠٠٢	٠,٠٦١٥	٠,٧١٠٧	٠,٩٩٨٤	١	١	١
	٣٣	٠,٠٠٠٤	٠,٠٩١٣	٠,٧٧٩٣	٠,٩٩٩٣	١	١	١
	٣٤	٠,٠٠٠٩	٠,١٣٠٣	٠,٨٣٧١	٠,٩٩٩٧	١	١	١
	٣٥	٠,٠٠١٨	٠,١٧٩٥	٠,٨٨٣٩	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٣٦	٠,٠٠٣٣	٠,٢٣٨٦	٠,٩٢٠١	٠,٩٩٩٩	١	١	١
	٣٧	٠,٠٠٦٠	٠,٣٠٦٨	٠,٩٤٧٠	١,٠٠٠٠	١	١	١
	٣٨	٠,٠١٠٥	٠,٣٨٢٢	٠,٩٦٦٠	١	١	١	١
	٣٩	٠,٠١٧٦	٠,٤٦٢١	٠,٩٧٩٠	١	١	١	١
	٤٠	٠,٠٢٨٤	٠,٥٤٣٣	٠,٩٨٧٥	١	١	١	١
	٤١	٠,٠٤٤٣	٠,٦٢٢٥	٠,٩٩٢٨	١	١	١	١
	٤٢	٠,٠٦٦٦	٩,٦٩٦٧	٠,٩٩٦٠	١	١	١	١
	٤٣	٠,٠٩٦٧	٠,٧٦٣٥	٠,٩٩٦٩	١	١	١	١
	٤٤	٠,١٣٥٦	٠,٨٢١١	٠,٩٩٨٩	١	١	١	١
	٤٥	٠,١٨٤١	٠,٨٦٨٩	٠,٩٩٩٥	١	١	١	١
	٤٦	٠,٢٤٢١	٠,٩٠٧٠	٠,٩٩٩٧	١	١	١	١
	٤٧	٠,٣٠٨٦	٠,٩٣٦٢	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٤٨	٠,٣٨٢٢	٠,٩٥٧٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١
	٤٩	٠,٤٦٠٢	٠,٩٧٢٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١

تابع جدول ٧
توزيع ذى الحدين المتجمع

ن س / ق		٠,٥٠	٠,٤٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠١
١٠٠	٥٠	٠,٥٣٩٨	٠,٩٨٣٢	١	١	١	١	١
	٥١	٠,٦١٧٨	٠,٩٩٠٠	١	١	١	١	١
	٥٢	٠,٦٩١٤	٠,٩٩٤٢	١	١	١	١	١
	٥٣	٠,٧٥٧٩	٠,٩٩٦٨	١	١	١	١	١
	٥٤	٠,٨١٥٩	٠,٩٩٨٣	١	١	١	١	١
	٥٥	٠,٨٦٤٤	٠,٩٩٩١	١	١	١	١	١
	٥٦	٠,٩٠٣٣	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١	١
	٥٧	٠,٩٣٣٤	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١
	٥٨	٠,٩٥٥٧	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١
	٥٩	٠,٩٧١٦	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١
	٦٠	٠,٩٨٢٤	١	١	١	١	١	١
	٦١	٠,٩٨٩٥	١	١	١	١	١	١
	٦٢	٠,٩٩٤٠	١	١	١	١	١	١
	٦٣	٠,٩٩٦٧	١	١	١	١	١	١
	٦٤	٠,٩٩٨٢	١	١	١	١	١	١
	٦٥	٠,٩٩٩١	١	١	١	١	١	١
	٦٦	٠,٩٩٩٦	١	١	١	١	١	١
	٦٧	٠,٩٩٩٨	١	١	١	١	١	١
	٦٨	٠,٩٩٩٩	١	١	١	١	١	١
	٦٩	١,٠٠٠٠	١	١	١	١	١	١

جدول ٨

توزيع بواسـون

Poisson distribution

القيم تقسم على ٠٠٠ ١٠

س / م	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩	١
٠	٩٠٤٨	٨١٨٧	٧٤٠٨	٦٧٠٣	٦٠٦٥	٥٤٨٨	٤٩٦٦	٤٤٩٣	٤٠٦٦	٣٦٧٩
١	٠٩٠٥	١٦٣٧	٢٢٢٢	٢٦٨١	٣٠٣٣	٣٢٩٣	٣٤٧٦	٣٥٩٥	٣٦٥٩	٣٦٧٩
٢	٠٠٤٥	٠١٦٤	٠٣٣٣	٠٥٣٦	٠٧٥٨	٠٩٨٨	١٢١٧	١٤٣٨	١٦٤٧	١٨٣٩
٣	٠٠٠٢	٠٠١١	٠٠٣٣	٠٠٧٢	٠١٢٦	٠١٩٨	٠٢٨٤	٠٣٨٣	٠٤٩٤	٠٦١٣
٤	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٧	٠٠١٦	٠٠٣٠	٠٠٥٠	٠٠٧٧	٠١١١	٠١٥٣
٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠٢٠	٠٠٣١
٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥
٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
س / م	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥	١,٦	١,٧	١,٨	١,٩	٢
٠	٣٣٢٩	٣٠١٢	٢٧٢٥	٢٤٦٦	٢٢٣١	٢٠١٩	١٨٢٧	١٦٥٣	١٤٩٦	١٣٥٣
١	٣٦٦٢	٣٦١٤	٣٥٤٣	٣٤٥٢	٣٣٤٧	٣٢٣٠	٣١٠٦	٢٩٧٥	٢٨٤٢	٢٧٠٧
٢	٢٠١٤	٢١٦٩	٢٣٠٣	٢٤١٧	٢٥١٠	٢٥٨٤	٢٦٤٠	٢٦٧٨	٢٧٠٠	٢٧٠٧
٣	٠٧٣٨	٠٨٦٧	٠٩٩٨	١١٢٨	١٢٥٥	١٣٧٨	١٤٩٦	١٦٠٧	١٧١٠	١٨٠٤
٤	٠٢٠٣	٠٢٦٠	٠٣٢٤	٠٣٩٥	٠٤٧١	٠٥٥١	٠٦٣٦	٠٧٢٣	٠٨١٢	٠٩٠٢
٥	٠٠٤٥	٠٠٦٢	٠٠٨٤	٠١١١	٠١٤١	٠١٧٦	٠٢١٦	٠٢٦٠	٠٣٠٩	٠٣٦١
٦	٠٠٠٨	٠٠١٢	٠٠١٨	٠٠٢٦	٠٠٣٥	٠٠٤٧	٠٠٦١	٠٠٧٨	٠٠٩٨	٠١٢٠
٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠٢٠	٠٠٢٧	٠٠٣٤
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٩
٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابـع جـدول ٨
تـوزيع بواســون

س/م	٢,١	٢,٢	٢,٣	٢,٤	٢,٥	٢,٦	٢,٧	٢,٨	٢,٩	٣
٠	١٢٢٥	١١٠٨	١٠٠٣	٠٩٠٧	٠٨٢١	٠٧٤٣	٠٦٧٢	٠٦٠٨	٠٥٥٠	٠٤٩٨
١	٢٥٧٢	٢٤٣٨	٢٣٠٦	٢١٧٧	٢٠٥٢	١٩٣١	١٨١٥	١٧٠٣	١٥٩٦	١٤٩٤
٢	٢٧٠٠	٢٦٨١	٢٦٥٢	٢٦١٣	٢٥٦٥	٢٥١٠	٢٤٥٠	٢٣٨٤	٢٣١٤	٢٢٤٠
٣	١٨٩٠	١٩٦٦	٢٠٣٣	٢٠٩٠	٢١٣٨	٢١٧٦	٢٢٠٥	٢٢٢٥	٢٢٣٧	٢٢٤٠
٤	٠٩٩٢	١٠٨٢	١١٦٩	١٢٥٤	١٣٣٦	١٤١٤	١٤٨٨	١٥٥٧	١٦٢٢	١٦٨٠
٥	٠٤١٧	٠٤٧٦	٠٥٣٨	٠٦٠٢	٠٦٦٨	٠٧٣٥	٠٨٠٤	٠٨٧٢	٠٩٤٠	١٠٠٨
٦	٠١٤٦	٠١٧٤	٠٢٠٦	٠٢٤١	٠٢٧٨	٠٣١٩	٠٣٦٢	٠٤٠٧	٠٤٥٥	٠٥٠٤
٧	٠٠٤٤	٠٠٥٥	٠٠٦٨	٠٠٨٣	٠٠٩٩	٠١١٨	٠١٣٩	٠١٦٣	٠١٨٨	٠٢١٦
٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠١٩	٠٠٢٥	٠٠٣١	٠٠٣٨	٠٠٤٧	٠٠٥٧	٠٠٦٨	٠٠٨١
٩	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٨	٠٠٢٢	٠٠٢٧
١٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨

س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
٠	٠٤٥٠	٠٤٠٨	٠٣٦٩	٠٣٣٤	٠٣٠٢	٠٢٧٣	٠٢٤٧	٠٢٢٤	٠٢٠٢	٠١٨٣
١	١٣٩٧	١٣٠٤	١٢١٧	١١٣٥	١٠٥٧	٠٩٨٤	٠٩١٥	٠٨٥٠	٠٧٨٩	٠٧٣٣
٢	٢١٦٥	٢٠٨٧	٢٠٠٨	١٩٢٩	١٨٥٠	١٧٧١	١٦٩٢	١٦١٥	١٥٣٩	١٤٦٥
٣	٢٢٣٧	٢٢٢٦	٢٢٠٩	٢١٨٦	٢١٥٨	٢١٢٥	٢٠٨٧	٢٠٤٦	٢٠٠١	١٩٥٤
٤	١٧٣٤	١٧٨١	١٨٢٣	١٨٥٨	١٨٨٨	١٩١٢	١٩٣١	١٩٤٤	١٩٥١	١٩٥٤
٥	١٠٧٥	١١٤٠	١٢٠٣	١٢٦٤	١٣٢٢	١٣٧٧	١٤٢٩	١٤٧٧	١٥٢٢	١٥٦٣
٦	٠٥٥٥	٠٦٠٨	٠٦٦٢	٠٧١٦	٠٧٧١	٠٨٢٦	٠٨٨١	٠٩٣٦	٠٩٨٩	١٠٤٢
٧	٠٢٤٦	٠٢٧٨	٠٣١٢	٠٣٤٨	٠٣٨٥	٠٤٢٥	٠٤٦٦	٠٥٠٨	٠٥٥١	٠٥٩٥
٨	٠٠٩٥	٠١١١	٠١٢٩	٠١٤٨	٠١٦٩	٠١٩١	٠٢١٥	٠٢٤١	٠٢٦٩	٠٢٩٨
٩	٠٠٣٣	٠٠٤٠	٠٠٤٧	٠٠٥٦	٠٠٦٦	٠٠٧٦	٠٠٨٩	٠١٠٢	٠١١٦	٠١٣٢

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س/م	٣,١	٣,٢	٣,٣	٣,٤	٣,٥	٣,٦	٣,٧	٣,٨	٣,٩	٤
١٠	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٣	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥٣
١١	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠١٩
١٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢
١٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
س/م	**٤,١**	**٤,٢**	**٤,٣**	**٤,٤**	**٤,٥**	**٤,٦**	**٤,٧**	**٤,٨**	**٤,٩**	**٥**
٠	٠١٦٦	٠١٥٠	٠١٣٦	٠١٢٣	٠١١١	٠١٠١	٠٠٩١	٠٠٨٢	٠٠٧٤	٠٠٦٧
١	٠٦٧٩	٠٦٣٠	٠٥٨٣	٠٥٤٠	٠٥٠٠	٠٤٦٢	٠٤٢٧	٠٣٩٥	٠٣٦٥	٠٣٣٧
٢	١٣٩٣	١٣٢٣	١٢٥٤	١١٨٨	١١٢٥	١٠٦٣	١٠٠٥	٠٩٤٨	٠٨٩٤	٠٨٤٢
٣	١٩٠٤	١٨٥٢	١٨٩٨	١٨٧٥	١٦٨٧	١٦٣١	١٥٧٤	١٥١٧	١٤٦٠	١٤٠٤
٤	١٩٥١	١٩٤٤	١٩٣٣	١٩١٧	١٨٩٨	١٨٧٥	١٨٤٩	١٨٢٠	١٧٨٩	١٧٥٥
٥	١٦٠٠	١٦٣٣	١٦٦٢	١٦٨٧	١٧٠٨	١٧٢٥	١٧٣٨	١٧٤٧	١٧٥٣	١٧٥٥
٦	١٠٩٣	١١٤٣	١١٩١	١٢٣٧	١٢٨١	١٣٢٣	١٣٦٢	١٣٩٨	١٤٣٢	١٤٦٢
٧	٠٦٤٠	٠٦٨٦	٠٧٣٢	٠٧٧٨	٠٨٢٤	٠٨٦٩	٠٩١٤	٠٩٥٩	١٠٠٢	١٠٤٤
٨	٠٣٢٨	٠٣٦٠	٠٣٩٣	٠٤٢٨	٠٤٦٣	٠٥٠٠	٠٥٣٧	٠٥٧٥	٠٦١٤	٠٦٥٣
٩	٠١٥٠	٠١٦٨	٠١٨٨	٠٢٠٩	٠٢٣٢	٠٢٥٥	٠٢٨٠	٠٣٠٧	٠٣٣٤	٠٣٦٣
١٠	٠٠٦١	٠٠٧١	٠٠٨١	٠٠٩٢	٠١٠٤	٠١١٨	٠١٣٢	٠١٤٧	٠١٦٤	٠١٨١
١١	٠٠٢٣	٠٠٢٧	٠٠٣٢	٠٠٣٧	٠٠٤٣	٠٠٤٩	٠٠٥٦	٠٠٦٤	٠٠٧٣	٠٠٨٢
١٢	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢٢	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٤
١٣	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣
١٤	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥
١٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

تابع جدول ٨

توزيع بواسون

س/م	٥,١	٥,٢	٥,٣	٥,٤	٥,٥	٥,٦	٥,٧	٥,٨	٥,٩	٦
٠	٠٠٦١	٠٠٥٥	٠٠٥٠	٠٠٤٥	٠٠٤١	٠٠٣٧	٠٠٣٣	٠٠٣٠	٠٠٢٧	٠٠٢٥
١	٠٣١١	٠٢٨٧	٠٢٦٥	٠٢٤٤	٠٢٢٥	٠٢٠٧	٠١٩١	٠١٧٦	٠١٦٢	٠١٤٩
٢	٠٧٩٣	٠٧٤٦	٠٧٠١	٠٦٥٩	٠٦١٨	٠٥٨٠	٠٥٤٤	٠٥٠٩	٠٤٧٧	٠٤٤٦
٣	١٣٤٨	١٢٩٣	١٢٣٩	١١٨٥	١١٣٣	١٠٨٢	١٠٣٣	٠٩٨٥	٠٩٣٨	٠٨٩٢
٤	١٧١٩	١٦٨١	١٦٤١	١٦٠٠	١٥٥٨	١٥١٥	١٤٧٢	١٤٢٨	١٣٨٣	١٣٣٩
٥	١٧٥٣	١٧٤٨	١٧٤٠	١٧٢٨	١٧١٤	١٦٩٧	١٦٧٨	١٦٥٦	١٦٣٢	١٦٠٦
٦	١٤٩٠	١٥١٥	١٥٣٧	١٥٥٥	١٥٧١	١٥٨٤	١٥٩٤	١٦٠١	١٦٠٥	١٦٠٦
٧	١٠٨٦	١١٢٥	١١٦٣	١٢٠٠	١٢٣٤	١٢٦٧	١٢٩٨	١٣٢٦	١٣٥٣	١٣٧٧
٨	٠٦٩٢	٠٧٣١	٠٧٧١	٠٨١٠	٠٨٤٩	٠٨٨٧	٠٩٢٥	٠٩٦٢	٠٩٩٨	١٠٣٣
٩	٠٣٩٢	٠٤٢٣	٠٤٥٤	٠٤٨٦	٠٥١٩	٠٥٥٢	٠٥٨٦	٠٦٢٠	٠٦٥٤	٠٦٨٨
١٠	٠٢٠٠	٠٢٢٠	٠٢٤١	٠٢٦٢	٠٢٨٥	٠٣٠٩	٠٣٣٤	٠٣٥٩	٠٣٨٦	٠٤١٣
١١	٠٠٩٣	٠١٠٤	٠١١٦	٠١٢٩	٠١٤٣	٠١٥٧	٠١٧٣	٠١٩٠	٠٢٠٧	٠٢٢٥
١٢	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥١	٠٠٥٨	٠٠٦٥	٠٠٧٣	٠٠٨٢	٠٠٩٢	٠١٠٢	٠١١٣
١٣	٠٠١٥	٠٠١٨	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٨	٠٠٣٢	٠٠٣٦	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥٢
١٤	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢٢
١٥	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
١٦	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣

س/م	٦,١	٦,٢	٦,٣	٦,٤	٦,٥	٦,٦	٦,٧	٦,٨	٦,٩	٧
٠	٠٠٢٢	٠٠٢٠	٠٠١٨	٠٠١٧	٠٠١٥	٠٠١٤	٠٠١٢	٠٠١١	٠٠١٠	٠٠٠٩
١	٠١٣٧	٠١٢٦	٠١١٦	٠١٠٦	٠٠٩٨	٠٠٩٠	٠٠٨٢	٠٠٧٦	٠٠٧٠	٠٠٦٤
٢	٠٤١٧	٠٣٩٠	٠٣٦٤	٠٣٤٠	٠٣١٨	٠٢٩٦	٠٢٧٦	٠٢٥٨	٠٢٤٠	٠٢٢٣
٣	٠٨٤٨	٠٨٠٦	٠٧٦٥	٠٧٢٦	٠٦٨٨	٠٦٥٢	٠٦١٧	٠٥٨٤	٠٥٥٢	٠٥٢١

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س/م	٦,١	٦,٢	٦,٣	٦,٤	٦,٥	٦,٦	٦,٧	٦,٨	٦,٩	٧
٤	١٢٩٤	١٢٤٩	١٢٠٥	١١٦٢	١١١٨	١٠٧٦	١٠٣٤	٠٩٩٢	٠٩٥٢	٠٩١٢
٥	١٥٧٩	١٥٤٩	١٥١٩	١٤٨٧	١٤٥٤	١٤٢٠	١٣٨٥	١٣٤٩	١٣١٤	١٢٧٧
٦	١٦٠٥	١٦٠١	١٥٩٥	١٥٨٦	١٥٧٥	١٥٦٢	١٥٤٦	١٥٢٩	١٥١١	١٤٩٠
٧	١٣٩٩	١٤١٨	١٤٣٥	١٤٥٠	١٤٦٢	١٤٧٢	١٤٨٠	١٤٨٦	١٤٨٩	١٤٩٠
٨	١٠٦٦	١٠٩٩	١١٣٠	١١٦٠	١١٨٨	١٢١٥	١٢٤٠	١٢٦٣	١٢٨٤	١٣٠٤
٩	٠٧٢٣	٠٧٥٧	٠٧٩١	٠٨٢٥	٠٨٥٨	٠٨٩١	٠٩٢٣	٠٩٥٤	٠٩٨٥	١٠١٤
١٠	٠٤٤١	٠٤٦٩	٠٤٩٨	٠٥٢٨	٠٥٥٨	٠٥٨٨	٠٦١٨	٠٦٤٩	٠٦٧٩	٠٧١٠
١١	٠٢٤٥	٠٢٦٥	٠٢٨٥	٠٣٠٧	٠٣٣٠	٠٣٥٣	٠٣٧٧	٠٤٠١	٠٤٢٦	٠٤٥٢
١٢	٠١٢٤	٠١٣٧	٠١٥٠	٠١٦٤	٠١٧٩	٠١٩٤	٠٢١٠	٠٢٢٧	٠٢٤٥	٠٢٦٤
١٣	٠٠٥٨	٠٠٦٥	٠٠٧٣	٠٠٨١	٠٠٨٩	٠٠٩٨	٠١٠٨	٠١١٩	٠١٣٠	٠١٤٢
١٤	٠٠٢٥	٠٠٢٩	٠٠٣٣	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥٢	٠٠٥٨	٠٠٦٤	٠٠٧١
١٥	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠١٨	٠٠٢٠	٠٠٢٣	٠٠٢٦	٠٠٢٩	٠٠٣٣
١٦	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٤
١٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦
١٨	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢

س/م	٧,١	٧,٢	٧,٣	٧,٤	٧,٥	٧,٦	٧,٧	٧,٨	٧,٩	٨
٠	٠٠٠٨	٠٠٠٧	٠٠٠٧	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٣
١	٠٠٥٩	٠٠٥٤	٠٠٤٩	٠٠٤٥	٠٠٤١	٠٠٣٨	٠٠٣٥	٠٠٣٢	٠٠٢٩	٠٠٢٧
٢	٠٢٠٨	٠١٩٤	٠١٨٠	٠١٦٧	٠١٥٦	٠١٤٥	٠١٣٤	٠١٢٥	٠١١٦	٠١٠٧
٣	٠٤٩٢	٠٤٦٤	٠٤٣٨	٠٤١٣	٠٣٨٩	٠٣٦٦	٠٣٤٥	٠٣٢٤	٠٣٠٥	٠٢٨٦
٤	٠٨٧٤	٠٨٣٦	٠٧٩٩	٠٧٦٤	٠٧٢٩	٠٦٩٦	٠٦٦٣	٠٦٣٢	٠٦٠٢	٠٥٧٣
٥	١٢٤١	١٢٠٤	١١٦٧	١١٣٠	١٠٩٤	١٠٥٧	١٠٢١	٠٩٨٦	٠٩٥١	٠٩١٦

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س / م	٧,١	٧,٢	٧,٣	٧,٤	٧,٥	٧,٦	٧,٧	٧,٨	٧,٩	٨
٦	١٤٦٨	١٤٤٥	١٤٢٠	١٣٩٤	١٣٦٧	١٣٣٩	١٣١١	١٢٨٢	١٢٥٢	١٢٢١
٧	١٤٨٩	١٤٨٦	١٤٨١	١٤٧٤	١٤٦٥	١٤٥٤	١٤٤٢	١٤٢٨	١٤١٣	١٣٩٦
٨	١٣٢١	١٣٣٧	١٣٥١	١٣٦٣	١٣٧٣	١٣٨٢	١٣٨٨	١٣٩٢	١٣٩٥	١٣٩٦
٩	١٠٤٢	١٠٧٠	١٠٩٦	١١٢١	١١٤٤	١١٦٧	١١٨٧	١٢٠٧	١٢٢٤	١٢٤١
١٠	٠٧٤٠	٠٧٧٠	٠٨٠٠	٠٨٢٩	٠٨٥٨	٠٨٨٧	٠٩١٤	٠٩٤١	٠٩٦٧	٠٩٩٣
١١	٠٤٧٨	٠٥٠٤	٠٥٣١	٠٥٥٨	٠٥٨٥	٠٦١٣	٠٦٤٠	٠٦٦٧	٠٦٩٥	٠٧٢٢
١٢	٠٢٨٣	٠٣٠٣	٠٣٢٣	٠٣٤٤	٠٣٦٦	٠٣٨٨	٠٤١١	٠٤٣٤	٠٤٥٧	٠٤٨١
١٣	٠١٥٤	٠١٦٨	٠١٨١	٠١٩٦	٠٢١١	٠٢٢٧	٠٢٤٣	٠٢٦٠	٠٢٧٨	٠٢٩٦
١٤	٠٠٧٨	٠٠٨٦	٠٠٩٥	٠١٠٤	٠١١٣	٠١٢٣	٠١٣٤	٠١٤٥	٠١٥٧	٠١٦٩
١٥	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٦	٠٠٥١	٠٠٥٧	٠٠٦٢	٠٠٦٩	٠٠٧٥	٠٠٨٣	٠٠٩٠
١٦	٠٠١٦	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٣	٠٠٣٧	٠٠٤١	٠٠٤٥
١٧	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١
١٨	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
١٩	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤
٢٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢

س / م	٨,١	٨,٢	٨,٣	٨,٤	٨,٥	٨,٦	٨,٧	٨,٨	٨,٩	٩
٠	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١
١	٠٠٢٥	٠٠٢٣	٠٠٢١	٠٠١٩	٠٠١٧	٠٠١٦	٠٠١٤	٠٠١٣	٠٠١٢	٠٠١١
٢	٠١٠٠	٠٠٩٢	٠٠٨٦	٠٠٧٩	٠٠٧٤	٠٠٦٨	٠٠٦٣	٠٠٥٨	٠٠٥٤	٠٠٥٠
٣	٠٢٦٩	٠٢٥٢	٠٢٣٧	٠٢٢٢	٠٢٠٨	٠١٩٥	٠١٨٣	٠١٧١	٠١٦٠	٠١٥٠
٤	٠٥٤٤	٠٥١٧	٠٤٩١	٠٤٦٦	٠٤٤٣	٠٤٢٠	٠٣٩٨	٠٣٧٧	٠٣٥٧	٠٣٣٧
٥	٠٨٨٢	٠٨٤٩	٠٨١٦	٠٧٨٤	٠٧٥٢	٠٧٢٢	٠٦٩٢	٠٦٦٣	٠٦٣٥	٠٦٠٧

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س/م	٨,١	٨,٢	٨,٣	٨,٤	٨,٥	٨,٦	٨,٧	٨,٨	٨,٩	٩
٦	١١٩١	١١٦٠	١١٢٨	١٠٩٧	١٠٦٦	١٠٣٤	١٠٠٣	٠٩٧٢	٠٩٤١	٠٩١١
٧	١٣٧٨	١٣٥٨	١٣٣٨	١٣١٧	١٢٩٤	١٢٧١	١٢٤٧	١٢٢٢	١١٩٧	١١٧١
٨	١٣٩٥	١٣٩٢	١٣٨٨	١٣٨٢	١٣٧٥	١٣٦٦	١٣٥٦	١٣٤٤	١٣٣٢	١٣١٨
٩	١٢٥٦	١٢٦٩	١٢٨٠	١٢٩٠	١٢٩٩	١٣٠٦	١٣١١	١٣١٥	١٣١٧	١٣١٨
١٠	١٠١٧	١٠٤٠	١٠٦٣	١٠٨٤	١١٠٤	١١٢٣	١١٤٠	١١٥٧	١١٧٢	١١٨٦
١١	٠٧٤٩	٠٧٧٦	٠٨٠٢	٠٨٢٨	٠٨٥٣	٠٨٧٨	٠٩٠٢	٠٩٢٥	٠٩٤٨	٠٩٧٠
١٢	٠٥٠٥	٠٥٣٠	٠٥٥٥	٠٥٧٩	٠٦٠٤	٠٦٢٩	٠٦٥٤	٠٦٧٩	٠٧٠٣	٠٧٢٨
١٣	٠٣١٥	٠٣٣٤	٠٣٥٤	٠٣٧٤	٠٣٩٥	٠٤١٦	٠٤٣٨	٠٤٥٩	٠٤٨١	٠٥٠٤
١٤	٠١٨٢	٠١٩٦	٠٢١٠	٠٢٢٥	٠٢٤٠	٠٢٥٦	٠٢٧٢	٠٢٨٩	٠٣٠٦	٠٣٢٤
١٥	٠٠٩٨	٠١٠٧	٠١١٦	٠١٢٦	٠١٣٦	٠١٤٧	٠١٥٨	٠١٦٩	٠١٨٢	٠١٩٤
١٦	٠٠٥٠	٠٠٥٥	٠٠٦٠	٠٠٦٦	٠٠٧٢	٠٠٧٩	٠٠٨٦	٠٠٩٣	٠١٠١	٠١٠٩
١٧	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٢٩	٠٠٣٣	٠٠٣٦	٠٠٤٠	٠٠٤٤	٠٠٤٨	٠٠٥٣	٠٠٥٨
١٨	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٤	٠٠٢٦	٠٠٢٩
١٩	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤
٢٠	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٦
س/م	٩,١	٩,٢	٩,٣	٩,٤	٩,٥	٩,٦	٩,٧	٩,٨	٩,٩	١٠
٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠
١	٠٠١٠	٠٠٠٩	٠٠٠٩	٠٠٠٨	٠٠٠٧	٠٠٠٧	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٥	٠٠٠٥
٢	٠٠٤٦	٠٠٤٣	٠٠٤٠	٠٠٣٧	٠٠٣٤	٠٠٣١	٠٠٢٩	٠٠٢٧	٠٠٢٥	٠٠٢٣
٣	٠١٤٠	٠١٣١	٠١٢٣	٠١١٥	٠١٠٧	٠١٠٠	٠٠٩٣	٠٠٨٧	٠٠٨١	٠٠٧٦
٤	٠٣١٩	٠٣٠٢	٠٢٨٥	٠٢٦٩	٠٢٥٤	٠٢٤٠	٠٢٢٦	٠٢١٣	٠٢٠١	٠١٨٩
٥	٠٥٨١	٠٥٥٥	٠٥٣٠	٠٥٠٦	٠٤٨٣	٠٤٦٠	٠٤٣٩	٠٤١٨	٠٣٩٨	٠٣٧٨

تابع جدول ٨

توزيع بواسون

س/م	٩,١	٩,٢	٩,٣	٩,٤	٩,٥	٩,٦	٩,٧	٩,٨	٩,٩	١٠
٦	٠٨٨١	٠٨٥١	٠٨٢٢	٠٧٩٣	٠٧٦٤	٠٧٣٦	٠٧٠٩	٠٦٨٢	٠٦٥٦	٠٦٣١
٧	١١٤٥	١١١٨	١٠٩١	١٠٦٤	١٠٣٧	١٠١٠	٠٩٨٢	٠٩٥٥	٠٩٢٨	٠٩٠١
٨	١٣٠٢	١٢٨٦	١٢٦٩	١٢٥١	١٢٣٢	١٢١٢	١١٩١	١١٧٠	١١٤٨	١١٢٦
٩	١٣١٧	١٣١٥	١٣١١	١٣٠٦	١٣٠٠	١٢٩٣	١٢٨٤	١٢٧٤	١٢٦٣	١٢٥١
١٠	١١٩٨	١٢١٠	١٢١٩	١٢٢٨	١٢٣٥	١٢٤١	١٢٤٥	١٢٤٩	١٢٥٠	١٢٥١
١١	٠٩٩١	١٠١٢	١٠٣١	١٠٤٩	١٠٦٧	١٠٨٣	١٠٩٨	١١١٢	١١٢٥	١١٣٧
١٢	٠٧٥٢	٠٧٧٦	٠٧٩٩	٠٨٢٢	٠٨٤٤	٠٨٦٦	٠٨٨٨	٠٩٠٨	٠٩٢٨	٠٩٤٨
١٣	٠٥٢٦	٠٥٤٩	٠٥٧٢	٠٥٩٤	٠٦١٧	٠٦٤٠	٠٦٦٢	٠٦٨٥	٠٧٠٧	٠٧٢٩
١٤	٠٣٤٢	٠٣٦١	٠٣٨٠	٠٣٩٩	٠٤١٩	٠٤٣٩	٠٤٥٩	٠٤٧٩	٠٥٠٠	٠٥٢١
١٥	٠٢٠٨	٠٢٢١	٠٢٣٥	٠٢٥٠	٠٢٦٥	٠٢٨١	٠٢٩٧	٠٣١٣	٠٣٣٠	٠٣٤٧
١٦	٠١١٨	٠١٢٧	٠١٣٧	٠١٤٧	٠١٥٧	٠١٦٨	٠١٨٠	٠١٩٢	٠٢٠٤	٠٢١٧
١٧	٠٠٦٣	٠٠٦٩	٠٠٧٥	٠٠٨١	٠٠٨٨	٠٠٩٥	٠١٠٣	٠١١١	٠١١٩	٠١٢٨
١٨	٠٠٣٢	٠٠٣٥	٠٠٣٩	٠٠٤٢	٠٠٤٦	٠٠٥١	٠٠٥٥	٠٠٦٠	٠٠٦٥	٠٠٧١
١٩	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩	٠٠٢١	٠٠٢٣	٠٠٢٦	٠٠٢٨	٠٠٣١	٠٠٣٤	٠٠٣٧
٢٠	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١٠	٠٠١١	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٥	٠٠١٧	٠٠١٩
٢١	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٦	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠٠٩
٢٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤
٢٣	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
١	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٢	٠٠١٠	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠

تابع جدول ٨

تـوزيع بواســون

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٣	٠٠٣٧	٠٠١٨	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٤	٠١٠٢	٠٠٥٣	٠٠٢٧	٠٠١٣	٠٠٠٦	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠
٥	٠٢٢٤	٠١٢٧	٠٠٧٠	٠٠٣٧	٠٠١٩	٠٠١٠	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١
٦	٠٤١١	٠٢٥٥	٠١٢٥	٠٠٨٧	٠٠٤٨	٠٠٢٦	٠٠١٤	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢
٧	٠٦٤٦	٠٤٣٧	٠٢٨١	٠١٧٤	٠١٠٤	٠٠٦٠	٠٠٣٤	٠٠١٨	٠٠١٠	٠٠٠٥
٨	٠٨٨٨	٠٦٥٥	٠٤٥٧	٠٣٠٤	٠١٩٤	٠١٢٠	٠٠٧٢	٠٠٤٢	٠٠٢٤	٠٠١٣
٩	١٠٨٥	٠٨٧٤	٠٦٦١	٠٤٧٣	٠٣٢٤	٠٢١٣	٠١٣٥	٠٠٨٣	٠٠٥٠	٠٠٢٩
١٠	١١٩٤	١٠٤٨	٠٨٥٩	٠٦٦٣	٠٤٨٦	٠٣٤١	٠٢٣٠	٠١٥٠	٠٠٩٥	٠٠٥٨
١١	١١٩٤	١١٤٤	١٠١٥	٠٨٤٤	٠٦٦٣	٠٤٩٦	٠٣٥٥	٠٢٤٥	٠١٦٤	٠١٠٦
١٢	١٠٩٤	١١٤٤	١٠٩٩	٠٩٨٤	٠٨٢٩	٠٦٦١	٠٥٠٤	٠٣٦٨	٠٢٥٩	٠١٧٦
١٣	٠٩٢٦	١٠٥٦	١٠٩٩	١٠٦٠	٠٩٥٦	٠٨١٤	٠٦٥٨	٠٥٠٩	٠٣٧٨	٠٢٧١
١٤	٠٧٢٨	٠٩٠٥	١٠٢١	١٠٦٠	١٠٢٤	٠٩٣٠	٠٨٠٠	٠٦٥٥	٠٥١٤	٠٣٨٧
١٥	٠٥٣٤	٠٧٢٤	٠٨٨٥	٠٩٨٩	١٠٢٤	٠٩٩٢	٠٩٠٦	٠٧٨٦	٠٦٥٠	٠٥١٦
١٦	٠٣٦٧	٠٥٤٣	٠٧١٩	٠٨٦٦	٠٩٦٠	٠٩٩٢	٠٩٦٣	٠٨٨٤	٠٧٧٢	٠٦٤٦
١٧	٠٢٣٧	٠٣٨٣	٠٥٥٠	٠٧١٣	٠٨٤٧	٠٩٣٤	٠٩٦٣	٠٩٣٦	٠٨٦٣	٠٧٦٠
١٨	٠١٤٥	٠٢٥٦	٠٣٩٧	٠٥٥٤	٠٧٠٦	٠٨٣٠	٠٩٠٩	٠٩٣٦	٠٩١١	٠٨٤٤
١٩	٠٠٨٤	٠١٦١	٠٢٧٢	٠٤٠٩	٠٥٥٧	٠٦٩٩	٠٨١٤	٠٨٨٧	٠٩١١	٠٨٨٨
٢٠	٠٠٤٦	٠٠٩٧	٠١٧٧	٠٢٨٦	٠٤١٨	٠٥٥٩	٠٦٩٢	٠٧٩٨	٠٨٦٦	٠٨٨٨
٢١	٠٠٢٤	٠٠٥٥	٠١٠٩	٠١٩١	٠٢٩٩	٠٤٢٦	٠٥٦٠	٠٦٨٤	٠٧٨٣	٠٨٤٦
٢٢	٠٠١٢	٠٠٣٠	٠٠٦٥	٠١٢١	٠٢٠٤	٠٣١٠	٠٤٣٣	٠٥٦٠	٠٦٧٦	٠٧٦٩
٢٣	٠٠٠٦	٠٠١٦	٠٠٣٧	٠٠٧٤	٠١٣٣	٠٢١٦	٠٣٢٠	٠٤٣٨	٠٥٥٩	٠٦٦٩
٢٤	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٠٠٢٠	٠٠٤٣	٠٠٨٣	٠١٤٤	٠٢٢٦	٠٣٢٨	٠٤٤٢	٠٥٥٧
٢٥	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٠	٠٠٢٤	٠٠٥٠	٠٠٩٢	٠١٥٤	٠٢٣٧	٠٣٣٦	٠٤٤٦

تابع جدول ٨
توزيع بواسون

س/م	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢٦	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٣	٠٠٢٩	٠٠٥٧	٠١٠١	٠١٦٤	٠٢٤٦	٠٣٤٣
٢٧	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٧	٠٠١٦	٠٠٣٤	٠٠٦٣	٠١٠٩	٠١٧٣	٠٢٥٤
٢٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٩	٠٠١٩	٠٠٣٨	٠٠٧٠	٠١١٧	٠١٨١
٢٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠١١	٠٠٢٣	٠٠٤٤	٠٠٧٧	٠١٢٥
٣٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٦	٠٠١٣	٠٠٢٦	٠٠٤٩	٠٠٨٣
٣١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٥	٠٠٣٠	٠٠٥٤
٣٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠٠٩	٠٠١٨	٠٠٣٤
٣٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٠	٠٠٢٠
٣٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٦	٠٠١٢
٣٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧
٣٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤
٣٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢
٣٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١
٣٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١

رقم الإيداع ٢٦٥٦ / ١٩٩٠ م

هجر

للطباعة والنشر والتوزيع والإعلان

المكتب : ٤ ش ترعة الزمر – المهندسين – جيزة
☎ ٣٤٥٢٥٧٩ – فاكس ٣٤٥١٧٥٦
المطبعة : ٢ ، ٦ ش عبد الفتاح الطويل
أرض اللواء – ☎ ٣٤٥٢٩٦٣
ص . ب ٦٣ إمبابة